

1910.

LIBRARY
MICHIGAN STATE NORMAL
COLLEGE

No. 5.

ANNALEN
DER
PHYSIK.

BEGRÜNDET UND FORTGEFÜHRT DURCH

F. A. C. GREN, L. W. GILBERT, J. C. POGGENDORFF, G. U. K. WIEDEMANN, P. DRUDE.

VIERTE FOLGE.

BAND 31. HEFT 5.

DER GANZEN REIHE 336, BANDES 5. HEFT.

KURATORIUM:

M. PLANCK, G. QUINCKE,
W. C. RÖNTGEN, E. WARBURG.

UNTER MITWIRKUNG

DER DEUTSCHEN PHYSIKALISCHEN GESELLSCHAFT

HERAUSGEGEBEN VON

W. WIEN UND M. PLANCK.

MIT DREI TAFELN.



LEIPZIG, 1910.

VERLAG VON JOHANN AMBROSIUS BARTH.
DÖRRIENSTRASSE 16.

Bestellungen auf die „Annalen“ werden von allen Buchhandlungen, von den
Universitäten und von der Verlagsbuchhandlung angenommen. Preis für den in
15 Heften (= 3 Bänden) ausgegebenen Jahrgang 45 M.

(Ausgegeben am 5. April 1910.)

Inhalt.

	Seite
1. Hellmuth Beil. Variationen des Kontaktpotentiales	849
2. B. Strasser. Beobachtungen am Dopplereffekt bei Wasser- stoffkanalstrahlen	890
3. Fritz Noether. Zur Kinematik des starren Körpers in der Relativtheorie	919
4. L. Holborn und A. Baumann. Über den Sättigungsdruck des Wasserdampfes oberhalb 200°	945
5. Georg Grobe. Über die Torsionselastizität der Guttapercha	971
6. Willi Meier. Untersuchungen über Dispersion und Ab- sorption bei Metallen für das sichtbare und ultraviolette Spektrum. (Hierzu Taf. IV, Figg. 1—14, Taf. V, Figg. 15—27 u. Taf. VI, Figg. 28—43.)	1017
7. Wilhelm Biltz. Notiz über das Haften von heißen Pulvern an kalten Körpern	1050
8. Günther Schulze. Bemerkungen zur Untersuchung der Wechselstromvorgänge in Aluminiumzellen	1053
9. Adolf Heydweiller. Bemerkungen zu der Arbeit über physikalische Eigenschaften von Lösungen. I	1063

Die Redaktion der Annalen wird von den umseitig genannten Herren besorgt. Den geschäftlichen Teil hat Herr Geh. Hofrat Prof. W. Wien übernommen, an den auch Manuskripte zu senden sind. Seine Adresse ist: Würzburg, Pleicherring 8.

Es wird gebeten, die Manuskripte druckfertig einzuliefern und in den Korrekturen den beim Druck für sie verwendeten Raum nicht zu überschreiten.

Die Verlagsbuchhandlung liefert 100 Sonderabdrücke jeder Arbeit kostenfrei. Falls ausnahmsweise mehr gewünscht werden, so muß dies bei Rücksendung des ersten Korrekturbogens an die Druckerei auf dessen erster Seite bemerkt werden. Alle anderen, die Sonderabdrücke betreffenden Mitteilungen bittet man an die Verlagsbuchhandlung zu richten.

Anderweitiger Abdruck der für die Annalen bestimmten Abhandlungen oder Übersetzung derselben innerhalb der gesetzlichen Schutzfrist ist nur mit Genehmigung der Redaktion und Verlagsbuchhandlung gestattet.

Die Zeichnungen sind in möglichst sorgfältiger Ausführung den Abhandlungen auf besonderen Blättern beizulegen (nicht in das Manuskript selbst einzuziehen). Da die Figuren fortan möglichst in den Text eingefügt werden sollen, ist die Stelle des Manuskriptes recht genau anzugeben, wo sie hingehören.

Zitate sind am Rande oder unten auf den Seiten des Manuskriptes (nicht in dem Text selbst) und zwar möglichst in der in den „Fortschritten der Physik“ üblichen Form mit Angabe des Namens und Vornamens, der Band-, Seiten- und Jahreszahl aufzuführen.



Hr.
dla
tbe
dur
Met
heit
Met

Kon
Bed
Erk
ulte
diej
Bee
ele
lich
Kon
unt
wer
zuw
Fra
inf
and

ANNALEN DER PHYSIK.

VIERTE FOLGE. BAND 31.

1. Variationen des Kontaktspotentials;
von Hellmuth Beil.

(Auszug aus der Rostocker Dissertation.)

§ 1. Einleitung.

Bei seinen Arbeiten über Kontaktpotentialdifferenzen stieß Hr. Pellat auf einen „Einfluß eines Metalles auf die Oberfläche eines anderen, welches in geringem Abstande ihm gegenübersteht“.¹⁾ Er fand, daß das Kontaktpotential einer Platte durch Gegenüberstellung einer anderen vom selben oder anderen Metall verändert wurde und stellte quantitative Verschiedenheit des Einflusses fest je nach der Art des gegenüberstehenden Metalles.

Eine Reihe von Beobachtungen über Veränderungen des Kontaktspotentials sind ferner von einer ganzen Anzahl von Beobachtern gelegentlich festgestellt worden, ohne daß eine Erklärung dafür gegeben worden wäre. Dahin gehören außer älteren Beobachtungen (Hankel, Gerland, R. Kohlrausch) diejenigen von Hrn. Hallwachs²⁾ in seiner Arbeit über die Bestimmung der Kontaktpotentialdifferenzen mit dem Quadrantenelektrometer. Ferner fand der letztere gelegentlich seiner lichtelektrischen Arbeiten eine Art von Gefäßeinfluß auf das Kontaktpotential³⁾, der sich aber von dem lichtelektrischen unterschied und beim Aufenthalt in einem Gefäß stets Positiverwerden, beim Aufenthalt in freier Luft im allgemeinen Negativerzuweilen aber auch Positiverwerden lieferte. Es war die Frage, ob für die erwähnten Änderungen eine Erklärung aufzufinden und eventuell die Beobachtungen von Pellat, die ja auch eine Art von Gefäßeinfluß darstellen, mit denen von

1) H. Pellat, Compt. rend. 94. p. 1247 ff. 1882.

2) W. Hallwachs, Ann. d. Phys. 29. p. 10. 1886.

3) W. Hallwachs, Ber. d. Sächs. Ges. d. Wiss. 58. p. 356. 1906; auch Ann. d. Phys. 23. p. 477. 1907.

Hrn. Hallwachs auf eine gemeinsame Ursache zurückzuführen wären.

Mit der Untersuchung dieser Verhältnisse ließ sich leicht die Bearbeitung der Frage, ob Ionenadsorption bei der Variation der Kontaktpotentiale Einfluß hat, sowie die Überprüfung der Versuche des Hrn. Aigner¹⁾ verbinden, welcher einen Einfluß des Lichtes auf die Kontaktpotentiale gefunden haben wollte, was für die Erklärung der lichtelektrischen Ermüdung von Wichtigkeit hätte sein können.

Über die vorgenannten Fragen habe ich auf Anregung von Hrn. Geheimrat Hallwachs eine Untersuchung angestellt.

Da die Variationen am Zink besonders stark hervortreten, ist dies zur Feststellung der Ursachen derselben besonders geeignet. Die Beobachtungen fanden aus diesem Grunde der Hauptmasse nach an diesem Metalle statt, erst zum Schluß schlossen sich noch einige ergänzende Beobachtungen mit Kupfer an. Den Anfang der Arbeit bildete eine Untersuchung der verschiedenen Reinigungsmethoden der Oberflächen (§ 4), über welche man erst ein Urteil haben mußte, bevor man an die anderen Zielpunkte der Arbeit herantreten konnte.

§ 2. Die Versuchsanordnung.

Zur Bestimmung des Kontaktpotentiales diente die Compensationsmethode²⁾ mit dem von Hrn. Hallwachs benutzten Aufklappkondensator³⁾. Das folgende Schema zeigt die Versuchsanordnung (Fig. 1).

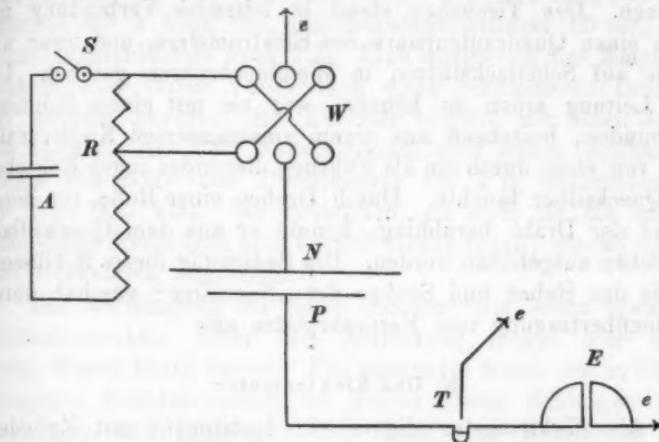
Über der zu untersuchenden „Platte“ (*P*) ist die hinaufschiebbare „Normale“ (*N*), eine Messingplatte von alter Oberfläche, angebracht. An sie läßt sich mit Hilfe von Akkumulator *A*, Schalter *S*, Rheostat *R* und Pohlscher Wippe *W* das Compensationspotential anlegen. Die erreichte Potentialgleichheit

1) F. Aigner, Ber. d. Wiener Akad. 115. Nov. 1906, besonders p. 1492 ff. (p. 8 des Separatabzuges).

2) F. Schulze-Berge, Dissert. Berlin (Helmholz) 1880; Wied. Ann. 12. p. 293. 1881; H. Pellat, Journ. d. Phys. 9. p. 145. 1880. Ann. de chim. et phys. (5) 24. p. 5. 1881. Prioritätsreklamation bez. d. Methode vgl. Lord Kelvin, Phil. Mag. (5) 46. p. 82. 1898.

3) W. Hallwachs, Ber. d. Sächs. Ges. d. Wiss. 58. p. 349. 1906; Ann. d. Phys. 23. p. 468. 1907.

von „Platte“ und „Normale“ ergibt sich durch das an der erstenen liegende Quadrantelektrometer *E*. Der Tauchschlüssel *T* gestattet, das System zu erden.



A = Akkumulator.

R = Rheostat.

S = Schalter.

W = Wippe.

N = Normale.

P = Platte.

T = Tauchschlüssel.

E = Elektrometer.

e = Erdleitung.

Fig. 1.

Bezüglich der Einzelheiten der Anordnung und der Apparate möge noch das Folgende bemerkt werden.

a) Der Kompensationsapparat.

Der Kompensationsapparat befand sich in einer zylindrischen Messinghülle von 20 cm Durchmesser und 22 cm Höhe, die seitlich mit einer Tür versehen war. In diesem Gefäß trug ein kleines, durch einen Schellackfuß isoliertes Tischchen, dessen Höhe und Neigung durch drei kleine Schrauben zu verändern war, die zu untersuchende Platte; drei kleine Krallen, zwei feste und eine federnde, hielten sie auf ihm fest. Über dem Tischchen hing isoliert die als „Normale“ dienende alte Messingplatte, dieselbe, die Hr. Hallwachs schon jahrelang als solche benutzt hatte. Sie konnte in einer im Deckel des Gefäßes angebrachten langen Führung zwischen zwei Anschlägen

sicher auf und ab bewegt werden. Von der „Normalen“ führte eine Leitung isoliert durch das umhüllende Gefäß nach außen, um an die obere Platte Kompensationspotentiale anlegen zu können. Das Tischchen stand in leitender Verbindung mit dem einen Quadrantenpaare des Elektrometers, und zwar war diese auf Schellackstützen in Weißblechrohren geführt. Um die Leitung erden zu können, war sie mit einem Schlüssel verbunden, bestehend aus einem amalgamierten Kupferdraht, der von oben durch ein als Führung dienendes enges Röhrchen in Quecksilber tauchte. Durch Drehen einer Rolle, von deren Rand der Draht herabging, konnte er aus dem Quecksilber-näpfchen ausgehoben werden. Die Bedienung dieses Schlüssels, sowie das Heben und Senken der „Normalen“ geschah durch Fadenübertragung vom Fernrohrplatze aus.

b) Das Elektrometer.

Als Elektrometer diente ein Instrument mit Zylinderquadranten nach Kleiner¹⁾). Dieser geht von dem Gedanken aus, daß sich die Empfindlichkeit eines Elektrometers dadurch erhöhen läßt, daß man die Dimensionen von Quadranten und Nadel möglichst klein wählt. Man setzt auf diese Weise das Gewicht der Nadel herab und kann sehr dünne Aufhänge-drähte verwenden. Der Durchmesser der Quadranten des benutzten Instrumentes betrug 2 cm, die Nadel, aus dünnem Aluminiumblech geschnitten, wog mit dem Spiegel knapp 0,2 g. Sie hing an einem 8 cm langen Platindraht von 0,007 mm Dicke. Um bei Verwendung noch schwächerer Drähte die Dämpfung herabzusetzen, war das Instrument zum Evakuieren bzw. Füllen mit Wasserstoff eingerichtet. Zur Vermeidung von Störungen durch Luftströmungen und elektrostatische Einflüsse überdeckte eine Messinghaube mit Beobachtungsfenster sowie eine Kiste das Instrument. Ohne diese äußere Hülle kam die Nadel nicht zur Ruhe. Der Skalenabstand betrug 240 cm. Die Nadel wurde auf 40 Volt geladen, das eine Quadrantenpaar mit dem Tischchen des Kompensationsappa-

1) A. Kleiner, Vierteljahrsschr. d. naturf. Ges. Zürich 51. p. 226. 1906. Dasselbe Prinzip auch bei F. Paschen, Physik. Zeitschr. 7. p. 492. 1906.

rates verbunden, das andere samt der Hülle geerdet. Die Empfindlichkeit des Elektrometers bei direktem Anlegen der Ladung an das eine Quadrantenpaar betrug etwa 2200 Skt. einseitig für 1 Volt, die volle Schwingungsdauer 35 sec, das Dämpfungsverhältnis etwa 2,5. Eine Steigerung der Empfindlichkeit wäre durch Verwendung eines schwächeren Drahtes gut möglich gewesen, Hr. Kleiner erzielte mit einer Nadel von 0,08 g, 100 Volt Nadelpotential und einem Aufhängedrahte von 0,003 mm Durchmesser bei 2 m Skalenabstand 10^5 Teile pro Volt. Sie unterblieb, da sich für die vornehmenden Messungen kein Vorteil daraus ergab; ebenso wurde vom Evakuieren abgesehen.¹⁾

Zur Aufhängung der Nadel dienten, wie schon erwähnt, Wollastondrähte. Über ihre Zurichtung mögen hier noch einige Worte Platz finden. Ein passendes Stück des in Silber gezogenen Drahtes erhielt an beiden Enden Schlingen zum Aufhängen und Einhängen der Nadel; zur Bewahrung des Silberüberzuges wurden sie in geschmolzenes Paraffin getaucht. Das Abätzen geschah durch Betupfen des auf einer Glasplatte liegenden Drahtes mit verdünnter Salpetersäure, die vorher einen Zusatz von einigen Tropfen Silbernitratlösung erhalten hatte, um das in ihr enthaltene Chlor als Chlorsilber auszufällen. Bildet sich dieses erst beim Abätzen, so trübt es einerseits die Flüssigkeit und erschwert die Beobachtung des Drahtes, andererseits sind die sich leicht an ihn ansetzenden Flocken ohne Verletzung des Drahtes schwer zu entfernen. Nach dem Abätzen kam letzterer einige Stunden in Benzin, um das Paraffin an den Schlingen zu lösen und die Säure abzuspülen. Die Haltbarkeit der Drähte erwies sich als recht gut; trotzdem das Elektrometer oft starken Erschütterungen ausgesetzt war, riß ein Draht während der zwei Jahre dauernden Versuche nicht.

§ 3. Gang einer Potentialdifferenzbestimmung.

Da kleine Unterschiede des Anfangsabstandes der beiden Kondensatorplatten, wie sie durch die Abnutzung beim Putzen

1) Hr. Oskar Leuner, Mechan. Institut der Techn. Hochschule zu Dresden, stellte das Elektrometer her.

und Unsicherheiten beim Auflegen auf das Tischehen entstehen, wesentlich die Empfindlichkeit verändern, mußte diese nach jedesmaligem Einlegen von neuem bestimmt werden. Dies geschah durch Zwischenschaltung von Versuchen mit verändertem Kompensationspotential. Ein Beispiel aus einer Beobachtungsreihe einer Zinkplatte mag das Verfahren veranschaulichen.

Zeit in Min.	Kompens.- Potential in Volt	Ausschläge	Berechnung
4 ²⁵	0	365 - 239 = 126 = a_1	$a_1 + a_3 - 2a_2 = \text{Empf. in } p \text{ pro Volt} = e$
4 ^{27,5}	-0,5	364 - 332 = 32 = a_2	$e = 180 \quad a_1 = 0,70 \text{ Volt}$
4 ³⁰	0	368 - 245 = 118 = a_3	$a_2 = 0,66 \text{ Volt}$

Es wurden stets nur volle Skalenteile abgelesen, da die Empfindlichkeit des Instrumentes vollkommen ausreichte. ($\frac{1}{100}$ Volt ca. 2 Skt.)

Alle Angaben des *Potentiales* sind auf *Volt* umgerechnet; das *Vorzeichen* gibt stets das *Potential der Versuchsplatte minus dem der Normalen* an. Die Isolation des Systems Platte bis Elektrometer stand unter steter Kontrolle und ließ abgesehen von einigen gelegentlichen starken Störungen durch Staubteilchen nichts zu wünschen übrig.

Der Abstand der Normalen von der zu untersuchenden Platte betrug bei Messungen an Zinkplatten etwa 2 mm, die relative Empfindlichkeit dabei 180—200 Skt. pro Volt; für Messungen an Kupferplatten wurde er soweit verringert, daß die Empfindlichkeit auf 700—800 Skt. pro Volt stieg.

Die Verwendung eines Akkumulators als Vergleichspotential an Stelle eines Normalelementes war statthaft, da es nicht auf absolute Messung des Kontaktspotentiales ankam, sondern auf Messung der Veränderungen. Die Spannung des Akkumulators wurde öfter kontrolliert.

§ 4. Vergleich der Reinigungsmethoden.

Vergleichsversuche über den Einfluß, den die Art der Reinigung einer Metallocberfläche auf ihr Kontaktpotential be-

sitzt, sind bisher, soweit bekannt, nur sehr wenige ausgeführt worden. Als Putzmittel diente für kontaktelektrische Untersuchungen fast stets feines Schmirlgelpapier, teils mit, teils ohne nachfolgende Alkoholwaschung; einige wenige Angaben über gefeilte Oberflächen finden sich in den Arbeiten von Hankel¹⁾.

Es lag daher nahe, vor Beginn der Untersuchungen zunächst einmal einige der möglichen Reinigungsmethoden auf Zinkplatten anzuwenden und deren kontaktelektrisches Verhalten zu vergleichen. Als Putzmittel wurden angewendet zunächst feiner Schmirlgel, einmal ohne, einmal mit nachfolgender Alkoholwaschung, sowie Schmirlgelpapier. Ferner wurden die Platten das eine Mal unmittelbar vor dem Versuche abgedreht, das andere Mal mit einem scharfen Dreikantschaber ein feiner Span abgeschabt. Als bisher zu diesem Zwecke noch nicht verwendetes Poliermittel kam endlich noch feines Glasmehl, teils mit, teils ohne nachfolgende Alkoholwaschung zur Anwendung. Das letztere wurde erhalten durch wiederholtes Ausschlemmen und Auswaschen des käuflichen Abfallproduktes der Schleifereien mit Wasser, sowie Alkohol und Äther zur Entfernung von Fettspuren und schließliches Trocknen durch Erhitzen auf etwa 200° C., welches auch die letzten Reste der Reinigungsmittel entfernte. Man erhält auf diese Weise ein rein weißes, außerordentlich feines Mehl, aus 1 kg Abfallprodukt etwa 150 g.

Die angegebenen Verfahren gelangten nun unter Verwendung von Zinkplatten zur Vergleichung. Dabei kamen die Platten unmittelbar nach der Oberflächenbearbeitung in den Kompensationsapparat, wo von 5 zu 5 Minuten die Bestimmung ihres Kontaktspotentiales stattfand. Zwischen den Einzelablesungen befand sich die „Normale“ stets im größtmöglichen Abstande von der Zinkplatte und wurde nur unmittelbar vor der Messung niedergelassen. Die Versuche, mit zwei Platten ausgeführt, folgten sich in solchen Abständen und solcher Reihenfolge, daß eine Einwirkung der einen Reinigung noch auf den nächsten Versuch, nach dem gesamten Verlaufe der

1) W. Hankel, Seine Ergebnisse vgl. Wiedemann, Elektrizität 1. p. 696. 1903.

Beobachtungen zu urteilen, keine Rolle mehr spielen konnte. Die Tab. 1, p. 857 schließt sich bezüglich der Reihenfolge den Versuchen an. Die Zeit zählt vom letzten Putzstrich ab, die Potentiale sind in Volt angegeben.

Die Tabelle zeigt zunächst, daß alle Platten beim Aufenthalt im Kompensationsapparat im Laufe der Zeit negativer werden. Die höchsten Anfangswerte geben die mit Glasmehl gereinigten Platten, dann folgen die mit Schmirgel behandelten und endlich, unter sich nahe beieinander, die abgedrehten und die geschabten. Der niedrige Anfangswert der beiden letzteren, dessen Ursache nicht festgestellt werden konnte, macht die so behandelten Platten nicht geeignet zum Studium der Veränderungen des Kontaktspotentiales. Die Verwendung von Schmirgelpapier zur Erzielung einer sauberen Oberfläche erscheint wegen des Leimgehaltes bedenklich. Ebenso dürfte es ratsam sein, Alkohol bei der Reinigung zu vermeiden, da er nie frei von Wasser ist und leicht Fettspuren enthält. Bei Verwendung von feinem trockenen Schmirgelpulver zeigte es sich, daß dieses sich besonders in weiche Metalle, wie Zink, einreibt, und gerade dieses sollte hauptsächlich zu den Versuchen dienen. Eine wiederholt mit Schmirgelpulver polierte Platte wird nicht mehr blank, sie behält ein mattschwärzliches Aussehen, auch nach noch so gründlichem Nachpolieren mit sauberem Filtrerpapier.

Die verschiedenen Nachteile der vorigen Reinigungsverfahren schienen sich durch Anwendung von trockenem Glasmehl vermeiden zu lassen, besonders wenn man Filtrerpapier zum Putzen verwendet und mit mehrmals erneuertem gründlich nachpoliert. Glas scheint sich nicht in die Platten einzureiben, denn eine damit behandelte ließ unter dem Mikroskop bei starker seitlicher Beleuchtung keine Glasteilchen erkennen, während sie sich doch als reflektierende Punkte hätten zeigen müssen, wenn sie vorhanden gewesen wären.

Für die folgenden Versuche wurde daher als Reinigungs- und Poliermittel trockenes Glasmehl und Filtrerpapier gewählt, weil es dem Schmirgel gegenüber, wie schon oben erwähnt, auch bei mikroskopischer Betrachtung keine in das Metall eingeriebenen Teilchen erkennen ließ, dem Drehen und Schaben gegenüber aber erheblich höhere Werte lieferte, den

Tabelle 1.
Vergleich der Putzmittel.

Zeit in Min.	Putzmittel					Glaumehl mit Alkohol			
	Glaumehl trocken	Glaumehl mit Alkohol	Abgedreht	Schnürrigel trocken	Schnürrigel mit Alkohol		Schnürrigel- papier Nr. 000	Geschabt	Glaumehl trocken
1	0,95	0,96	0,52	0,68	0,76	0,76	0,56		
5	0,90	0,85	0,51	0,64	0,72	0,74	0,63		
10	0,88	0,94	0,50	0,62	0,71	0,72	0,62		
15	0,86	0,94	0,49	0,61	0,71	0,71	0,61		
20	0,85	0,93	0,49	0,60	0,71	0,70	0,60		
25	0,84	0,93	0,49	0,60	0,71	0,70	0,60		
30	0,83	0,93	0,49	0,60	0,71	0,70	0,60		
Platte Nr. 6									
	1		0,41	0,72	0,71	0,78	0,31	0,95	0,94
	5		0,39	0,66	0,68	0,75	0,28	0,91	0,98
	10		0,39	0,64	0,67	0,72	0,26	0,90	0,92
	15		0,38	0,63	0,66	0,71	0,25	0,89	0,92
	20		0,38	0,62	0,66	0,70	0,24	0,88	0,91
Platte Nr. 7	25		0,38	0,62	0,66	0,69	0,24	0,87	0,91
	30		0,38	0,61	0,66	0,69	0,24	0,87	0,91

Prozeß der Ausbildung der Kontaktpotentialdifferenzen, des Untersuchungsobjektes, also begünstigte. Auch ließen sich bei dieser Behandlungsweise hinreichend gleichmäßige Anfangswerte erzielen.

§ 5. Der Gefäßeinfluß.

Wie schon in der Einleitung erwähnt, hat Hr. Hallwachs an Kupferplatten eine Art kontaktelektrischen Gefäßeinfluß gefunden.¹⁾ Die Erscheinung trat jedoch nicht eindeutig auf; im Gefäß zeigten die Platten stets ein Positiverwerden, im Freien häufig ein Negativer-, zuweilen aber auch ein Positiverwerden. Es war nun zunächst zu untersuchen, ob und unter welchen Bedingungen ein eindeutiger Verlauf eintritt, um dadurch der Ursache des Gefäßeinflusses näher zu kommen. Da die Vorversuche zeigten, daß bei Kupfer die Potentialvariationen zu klein waren, um Aussicht auf sichere Schlußfolgerungen zu bieten, so wurde zunächst mit Zink gearbeitet, welches viel größere Variationen liefert, und dabei die Anordnung so getroffen, daß auch gleichzeitig Aufschluß über den erwähnten, von Pellat beobachteten Einfluß sehr benachbarter Körper²⁾ in Aussicht stand.

Zunächst handelte es sich darum, geeignete Gefäße zu beschaffen. Die Vorversuche ließen erkennen, daß es weniger auf völlige Abgeschlossenheit ankam, als vielmehr auf geringe Größe des freien Luftraumes über der Platte. Die „Exposition“ geschah deshalb statt in einem geschlossenen Gefäß (etwa unter einer Glocke) zwischen zwei in geringem Abstande parallel zueinander stehenden, hinreichend großen Platten. Eine Zinkplatte mit einem in etwa 0,5 cm Abstand darüber befindlichen Messingdrahtnetz, eine Anordnung, die ursprünglich zu anderen Zwecken gedient hatte, erwies sich vorzüglich geeignet, um den Gefäßeinfluß auszubilden, und möge daher im folgenden kurz als „Gefäß“ bezeichnet werden. In dieses kamen die Platten während der „Expositionszeit“; vorher und nachher fanden im Kompensationsapparat mit ihnen Kontaktpotentialmessungen statt. Letztere durften sich nicht auf eine

1) W. Hallwachs, Ber. d. Sächs. Ges. d. Wiss. 58. p. 356. 1906; auch Ann. d. Phys. 23. p. 477. 1907.

2) H. Pellat, Compt. rend. 94. p. 1247 ff. 1882.

einige Bestimmung beschränken, da die oben angegebenen Versuche zum Vergleich der Reinigungsmethoden zeigen, daß polierte Zinkplatten, wenn sie im Kompensationsapparat, auch bei hochgezogener „Normalen“, verweilen, negativer werden. Die aus diesem Grunde eingeführte Vor- und Nachperiode (vgl. unten) bietet ein Mittel, durch Zufälligkeiten gestörte Versuche zu erkennen. Im einzelnen verfuhr man daher auf folgende Weise.

Die polierten Platten wurden zunächst mit einer sauberer Elfenbeinpinzette in den Kompensationsapparat eingesetzt und zur Zeit 1, 5, 10 Min. das Kontaktpotential bestimmt (Vorperiode); hierbei rechnet die Zeit stets vom letzten Putzstrich ab. Besonders die Zeit zwischen dem Beendigen des Polierens und der ersten Messung ist zur Erlangung gleichmäßiger Anfangswerte scharf einzuhalten. Nach Beendigung der dritten Messung kamen die Platten entweder in eines der oben erwähnten kleinen „Gefäße“, oder freiliegend auf einen Tisch im Zimmer neben die „Gefäße“, wo sie von 12—19 Min. „exponiert“ blieben. Nach Wiedereinführen in den Kompensationsapparat fanden zur Zeit 20, 25, 30 Min. wieder Potentialmessungen statt (Zwischenperiode). Von 32—39 Min. erfolgte eine nochmalige „Exposition“. Messungen zur Zeit 40, 45, 50 Min. schlossen die Versuche ab (Nachperiode).

Die Expositionszeit von 7 Min. wurde gewählt auf Grund umfangreicher Vorversuche, in denen sich gezeigt hatte, daß der Ermüdungsprozeß bei Zink im Anfang sehr rasch verläuft und etwa die ersten 60 Min. nach dem Polieren die günstigste Zeit zu seinem Studium bilden. Einige über längere Zeiträume ausgedehnte Versuche (bis 180 Min.) werden bei einer späteren Gelegenheit (Vergleich des Verhaltens von reinem und gewöhnlichem Zink in feuchter und trockener Luft) angegeben werden; sie zeigen die Berechtigung zur Wahl so kurzer Versuchsperioden. — Die gleichzeitige Verwendung von zwei Platten, eine im Gefäß, die andere daneben frei auf dem Tisch, und die Vertauschung der Platten bei der zweiten „Exposition“ gestattete, individuelle Verschiedenheiten der Platten zu eliminieren.

Das Ergebnis der Versuche ist aus der folgenden Tab. 2 zu ersehen, in welcher die Zeit in Minuten, die Kontakt-

potentiale in Volt — Potential der Versuchsplatte minus dem der Normalen — angegeben sind.

Tabelle 2.

(Nachweis des Gefäßeinflusses.)

	Zeit in Min.	Platte Nr. 7	Nr. 7	Nr. 8	Nr. 8
Vor- periode	1	0,86	0,85	0,85	0,85
	5	0,88	0,82	0,82	0,88
	10	0,80	0,80	0,80	0,81
1. Expos.	12—19	offen im Zimmer	in Gefäß II	offen im Zimmer	in Gefäß I
	20	0,65	0,91	0,71	0,88
	25	0,65	0,88	0,69	0,86
Zwischen- periode	30	0,64	0,86	0,67	0,85
	32—39	in Gefäß I	offen im Zimmer	in Gefäß II	offen im Zimmer
	40	0,84	0,62	0,83	0,74
Nach- periode	45	0,82	0,61	0,81	0,72
	50	0,81	0,61	0,80	0,71
Δ offen im Zimmer		-0,15	-0,24	-0,09	-0,11
Δ im Gefäß		+0,20	+0,11	+0,16	+0,07

Ötere Wiederholungen lieferten stets übereinstimmende Resultate.

Der am Kupfer von Hrn. Hallwachs beobachtete Gefäßeinfluß zeigt sich also auch am Zink. Die Platten werden im „Gefäß“ positiver, im Zimmer stark und im Kompensationsapparat schwach negativer. Es liegen gewissermaßen drei Hüllen vor, das Zimmer, die Hülle des Kompensationsapparates und das sogenannte „Gefäß“. Das Negativerwerden wird mit Verkleinerung des Gefäßes, in dem sich die Platte befindet, geringer und schlägt endlich in Positiverwerden um. Dieser Gefäßbeinfluß ist umkehrbar, insofern die Wirkung eines engen Gefäßes durch die darauffolgende eines weiten getilgt werden kann und umgekehrt.

Der Gefäßbeinfluß konnte bedingt sein durch eine Wirkung der Substanz der Gefäßwände, wie sie z. B. von Hrn. Pellat angenommen worden war; ebenso konnte er durch die Sub-

stanz des Mediums oder durch Zustände desselben oder endlich durch deren Zusammenwirken hervorgerufen werden.

Um dies festzustellen, gelangten vorerst einige Orientierungsversuche in verschiedenen Richtungen zur Ausführung, und zwar wurde zunächst die Gefäßsubstanz variiert. Die Änderungen in dem seitherigen metallischen Gefäß wurden mit denen verglichen, welche sich einstellen, wenn Glasplatten von gleicher Abmessung an Stelle der Metallteile traten. Zwischen diesen lagen die Zinkplatten während der Expositionszeit. Der Versuch wurde analog dem in Tab. 2 mitgeteilten ausgeführt; dieselben Zinkplatten Nr. 7 und Nr. 8 dienten als Versuchsplatten. Die Resultate sind in der folgenden Tabelle zusammengestellt.

Tabelle 3.
(Gefäßeinfluß zwischen Glasplatten.)

	Zeit in Min.	Platte Nr. 7	Nr. 7	Nr. 8	Nr. 8
Vor- periode	1	0,93	0,91	0,96	0,94
	5	0,90	0,88	0,92	0,91
	10	0,88	0,87	0,89	0,90
1. Expos.	12—19	offen im Zimmer	zwischen Glasplatten	offen im Zimmer	zwischen Glasplatten
	20	0,79	0,94	0,81	0,95
	25	0,78	0,92	0,79	0,93
Zwischen- periode	30	0,78	0,91	0,78	0,92
	32—39	zwischen Glasplatten	offen im Zimmer	zwischen Glasplatten	offen im Zimmer
	40	0,85	0,84	0,87	0,87
Nach- periode	45	0,83	0,83	0,84	0,85
	50	0,82	0,82	0,81	0,84
Δ offen im Zimmer		-0,09	-0,07	-0,08	-0,05
Δ zwischen Glasplatten		+0,07	+0,07	+0,09	+0,05

Aus dem Vergleich dieser Versuche mit denen im Metallgefäß ergibt sich, daß beide zwar analog verlaufen, aber doch quantitative Verschiedenheiten zeigen. Nachdem es gelungen war, weitere Einflüsse festzustellen, wurden diese Versuche nochmals ausführlich aufgenommen (in § 6) und bewiesen, daß nach Ausschaltung der anderen Einflüsse die Erscheinung von der Substanz der Gefäßwände sich unabhängig erweist.

Es wurde nun zunächst versucht, ob der Gefäßeinfluß durch alleinige Änderung des Mediums zu beseitigen ist, und zu diesem Zwecke das eine Mal während der „Exposition“ mit einem Blasebalg ein schwacher Luftstrom zwischen den beiden das „Gefäß“ bildenden Platten hindurchgeblasen, das andere Mal dagegen unterblieb diese Beeinflussung des Mediums. Diese Versuche lieferten folgendes Resultat.

Tabelle 4.

(Gefäßeinfluß mit und ohne Durchblasen von Luft durch das Gefäß.)

	Zeit in Min.	Platte Nr. 6	Nr. 8
Vorperiode	1	1,02	1,03
	5	0,98	1,01
	10	0,95	0,99
1. Expos.	12—19	im Gefäß, Luft durchgeblasen	Luft durchgeblasen
	20	0,86	0,88
	25	0,85	0,85
Zwischen- periode	30	0,84	0,82
	32—39	keine Luft durchgeblasen	keine Luft durchgeblasen
	40	0,94	0,89
Nachperiode	45	0,91	0,85
	50	0,88	0,81
$\Delta_{\text{Luft durchgeblasen}}$		-0,09	-0,11
$\Delta_{\text{Luft ruhig}}$		+0,10	+0,07

Die Versuche zeigen, daß der Gefäßeinfluß beim Durchblasen von Zimmerluft durch das „Gefäß“ verschwindet, also entweder von Bestandteilen der Luft oder von deren Bewegung oder aber von beiden zugleich in erster Linie beeinflußt wird.

Einen Hinweis zu weiterer Untersuchung ergab folgende Beobachtung: An einem besonders heißen und trockenen Tage (das Hygrometer im Beobachtungszimmer zeigte 28 Proz. relative Feuchtigkeit) war das Negativwerden der Platten im Apparat und auch offen im Zimmer so gering, wie es zuvor niemals beobachtet worden war. Eine Stunde darauf, als ein starker Gewitterregen niederging, fiel die Potentialdifferenz

im Kompensationsapparat und besonders im Zimmer wieder schnell. Das Hygrometer war auf 70 Proz. angestiegen, ein Fensterflügel stand offen. Diese Beobachtung gab Anlaß zu der Vermutung, daß in erster Linie der in der Luft enthaltene Wasserdampf die Erscheinung hervorrufe.

Um dies zu prüfen, kamen folgende Versuche zur Ausführung. In einem zylindrischen Glasgefäß von 10 cm Durchmesser und 40 cm Länge (3 Liter Inhalt), das auf beiden Seiten mit aufgeschraubten Messingkapseln verschlossen war, standen die Platten unter dem Einfluß von mit Wasserdampf gesättigter oder normaler (60—70 Proz. rel. F.), oder mit Chlorcalcium getrockneter Luft. In jeder der Verschlußkapseln des Gefäßes befand sich ein schmaler, verschließbarer Schlitz, durch welchen man die Platten in das Gefäß auf ein kleines Tischchen einschieben konnte, ohne daß eine wesentliche Menge Zimmerluft beim Einlegen eintrat. Zur Untersuchung kamen dreimal je zwei Platten. Die Sättigung der Luft im Gefäß mit Wasserdampf geschah durch eingelegtes feuchtes Filtrierpapier. Die folgende Tabelle gibt die Resultate der Untersuchung nebst den durch die Exposition bewirkten Potentialänderungen Δ .

Tabelle 5.

(Einfluß von feuchter, normaler und trockener Luft.)

	Zeit in Min.	Nr. 7	Nr. 8	Nr. 7	Nr. 8	Nr. 7	Nr. 8
Vor- periode	1	0,91	0,94	0,95	1,00	0,92	0,89
	5	0,86	0,92	0,91	0,98	0,88	0,82
	10	0,83	0,91	0,90	0,97	0,86	0,79
Exp.	12-19	Luft feucht		Luft normal		Luft trocken	
Nach- periode	20	0,72	0,82	0,87	0,90	0,95	0,85
	25	0,71	0,81	0,85	0,89	0,91	0,82
	30	0,70	0,81	0,83	0,88	0,90	0,80
Δ	-0,11	-0,09	-0,03	-0,07	+0,09	+0,06	

Die Versuche zeigen, daß das Potential der Platten bei Sättigung der Luft mit Wasserdampf stark abfällt, bei trockener Luft ansteigt, bei Zimmerluft normaler Zusammensetzung ähnlich langsam abklingt, wie beim Aufenthalt im Kompensationsapparat, der ähnliches Volumen hatte, wie die beiden hier

benutzten Gefäße. Es wirkt also trockene Luft wie ein kleines Gefäß, feuchte Luft wie ein großes.

Der aus den vorigen Versuchen unzweideutig hervorgehende, bedeutende Einfluß des Wasserdampfes auf das Kontaktpotential wird jedenfalls auch durch den in der Luft enthaltenen Wasserdampf hervorgerufen, die Platten werden in ihr negativer. Diese Wirkung eines mittleren Feuchtigkeitsgehaltes wird in einem Gefäß aller Vermutung nach geringer sein müssen als im Außenraum, und zwar deshalb, weil die Luft in dem ersteren geringere Bewegung hat, und somit geringere Wasserdampfmengen mit der Platte in Berührung kommen. Diese Vermutung wurde nun durch besondere Versuche geprüft. Als Expositionsgefäß diente der schon zu den vorangehenden Versuchen benutzte Glaszyylinder mit Messingkapseln, der mit einem Rührer versehen war, so daß man die Luft im Innern in einer dem Außenraume möglichst entsprechenden langsam Bewegung erhalten konnte. Es wurde verglichen die Veränderung des Kontaktpotentiales in bewegter Luft mit der in ruhiger, und zwar war die Luft im Gefäß einmal von mittlerer Feuchtigkeit (60 Proz.), das andere Mal durch Chlorcalcium getrocknet.¹⁾ Die Versuche über den Einfluß der Luftbewegung sind in Tabb. 6 und 7 zusammengestellt.

Aus diesen Versuchen geht hervor, daß der Mangel an Bewegung in einem Gefäß den Einfluß des Wasserdampfes tatsächlich erheblich herabdrückt, das Gefäß also die Platte vor dem Einfluß des Wasserdampfes schützt. Man sieht, daß der durch Mangel an Bewegung im Gefäß verminderte Einfluß des Wasserdampfgehaltes der Luft „Gefäßeinfluß“ liefern muß.

Eine weitere Versicherung, daß diese Zurückführung des Gefäßeinflusses auf Mangel an Zufuhr von Wasserdampf trifft, ist nun noch durch Prüfung der Konsequenz derselben möglich, die verlangt, daß beim Vergleich kleiner und großer Gefäße der „Gefäßeinfluß“ verschwinden muß für den Extremfall trockener Luft, und bis zu gewissem Grade auch für den

1) Über den Grad der dadurch erzielten Trocknung vgl. Brunner, Ann. de chim. et de phys. 3. p. 309 ff. 1841; Fresenius, Zeitschr. f. anal. Chem. 4. p. 178 ff. 1865.

Tabelle 6.

(Einfluß der Bewegung in Luft mittlerer Feuchtigkeit.)

	Zeit in Min.	Nr. 7	Nr. 8	Nr. 9
Vorperiode	1	0,93	0,92	0,93
	5	0,89	0,88	0,89
	10	0,87	0,85	0,87
1. Expos.	12—19	ruhig	ruhig	ruhig
Zwischen- periode	20	0,84	0,82	0,85
	25	0,82	0,81	0,80
	30	0,81	0,80	0,79
2. Expos.	32—39	bewegt	bewegt	bewegt
Nachperiode	40	0,68	0,71	0,71
	45	0,67	0,69	0,70
	50	0,68	0,68	0,70
Δ_{bewegt}		-0,13	-0,09	-0,08
Δ_{ruhig}		-0,03	-0,03	-0,02

Tabelle 7.

(Einfluß der Bewegung trockener Luft.)

	Zeit in Min.	Platte Nr. 7	Nr. 8		Nr. 9	
Vor- periode	1	0,94	0,96	0,92	0,94	0,91
	5	0,90	0,93	0,89	0,90	0,88
	10	0,88	0,92	0,87	0,87	0,86
1. Expos.	12—19	Luft bewegt	ruhig	bewegt	ruhig	bewegt
Zwischen- periode	20	0,86	0,93	0,85	0,90	0,88
	25	0,85	0,92	0,84	0,89	0,82
	30	0,85	0,91	0,84	0,88	0,82
2. Expos.	32—39	Luft ruhig	bewegt	ruhig	bewegt	ruhig
Nach- periode	40	0,89	0,90	0,86	0,86	0,84
	45	0,87	0,89	0,85	0,85	0,83
	50	0,86	0,89	0,84	0,85	0,82
Δ_{bewegt}		-0,02	-0,01	-0,02	-0,02	-0,03
Δ_{ruhig}		+0,04	+0,01	+0,02	+0,03	+0,02

sehr feuchter Luft, da in letzterem Falle die stärkere Diffusion den Mangel an Bewegung ersetzen kann; bei mittlerem Feuchtigkeitsgehalte jedoch muß der Unterschied in der Gefäßgröße durch Verschiedenheit der Wirkung klar hervortreten. Die zu diesem Zwecke angestellten Versuche gaben positives Resultat, so daß die gegebene Erklärung für den Gefäßeinfluß als richtig angesehen werden kann.

Diese soeben erwähnten Versuche über den Einfluß der Gefäßgröße wurden in folgender Weise angestellt: In den zu den Versuchen über Feuchtigkeit und Bewegung der Luft benutzten Glaszyliner wurde eines der p. 858 beschriebenen sogenannten „kleinen Gefäße“ so eingebaut, daß die zu exponierenden Platten von außen entweder in das große Gefäß oder in das darin befindliche kleine eingeschoben werden konnten. Die Luft in den Gefäßen war das eine Mal von hohem Feuchtigkeitsgehalte, das andere Mal von mittlerem und das dritte Mal durch Chlorcalcium getrocknet. Die Ergebnisse dieser Versuche sind in den folgenden drei Tabb. 8, 9 und 10 zusammengestellt.

Die Versuche vervollständigen den Beweis für die Richtigkeit der Zurückführung des Gefäßeinflusses bei Zink auf die Verminderung der Wirkung des Wasserdampfes, die durch den Mangel an Bewegung der Luft innerhalb des Gefäßes und somit an Zufuhr von Feuchtigkeit hervorgerufen wird.

Da Vermehrung des Wasserdampfes ein Absinken, Vermindern ein Ansteigen des Kontaktspotentiales bewirkt, bildet der Wasserdampf ein Hindernis für die Ausbildung hoher Werte des Kontaktspotentiales von Zink; es wird daher die Anschauung, daß die Kontaktspotentiale der Metalle auf der Oberfläche befindlichem Wasser zu verdanken seien, schwer zu halten sein (vgl. besonders Greinacher, Die Ursache des Voltaeffektes).¹⁾

Es bleibt nun aber noch zu erörtern, worin die Wirkung des Wasserdampfes bestehen mag und wodurch eine Abnahme seines Gehaltes im Gefäß hervorgerufen wird.

An eine Wirkung der Feuchtigkeit hatte man bisher wohl auch schon gedacht, dabei aber ausdrücklich oder stillschweigend

1) H. Greinacher, Ann. d. Phys. 16. p. 708 ff. 1905.

Tabelle 8.
(Einfluß der Gefäßgröße bei feuchter Luft.)

	Zeit in Min.	Nr. 6	Nr. 7	Nr. 8	Nr. 9	Nr. 6	Nr. 7	Nr. 8	Nr. 9
Vorperiode									
1	0,90	0,89	0,88	0,93	0,91	0,90	0,90	0,90	0,91
	0,89	0,85	0,83	0,90	0,88	0,87	0,86	0,87	0,87
Exposition									
12—19									
20	0,73	0,70	0,71	0,70	0,71	0,67	0,74	0,69	0,71
	0,73	0,69	0,70	0,69	0,69	0,67	0,73	0,69	0,70
25	0,72	0,69	0,70	0,68	0,68	0,66	0,72	0,68	0,70
	0,72	0,69	0,70	0,68	0,68	0,66	0,72	0,68	0,70
30	0,72	0,69	0,70	0,68	0,68	0,66	0,72	0,68	0,70
	0,72	0,69	0,70	0,68	0,68	0,66	0,72	0,68	0,70
Nachperiode									
4									
Mittlere Veränderung: -0,155 Volt									
Mittlere Veränderung: -0,142 Volt									

Tabelle 9.
(Einfluß der Gefäßgröße bei trockener Luft.)

	Zeit in Min.	Nr. 6	Nr. 7	Nr. 8	Nr. 9	Nr. 6	Nr. 7	Nr. 8	Nr. 9
Vorperiode									
1	0,93	0,92	0,96	0,91	0,95	0,96	0,96	0,96	0,95
	0,90	0,88	0,91	0,89	0,90	0,94	0,94	0,94	0,93
5	0,87	0,87	0,90	0,88	0,89	0,92	0,92	0,92	0,91
	0,87	0,87	0,90	0,88	0,89	0,92	0,92	0,92	0,91
Exposition									
12—19									
20	0,89	0,88	0,92	0,91	0,90	0,94	0,94	0,94	0,93
	0,87	0,87	0,91	0,89	0,89	0,90	0,91	0,91	0,90
25	0,86	0,86	0,90	0,88	0,88	0,88	0,88	0,88	0,88
	0,86	0,86	0,90	0,88	0,88	0,88	0,88	0,88	0,88
30	0,86	0,86	0,90	0,88	0,88	0,88	0,88	0,88	0,88
	0,86	0,86	0,90	0,88	0,88	0,88	0,88	0,88	0,88
Nachperiode									
4									
Mittlere Veränderung: +0,020 Volt									
Mittlere Veränderung: +0,018 Volt									

Tabelle 10.
(Einfluß der Gefäßgröße in Luft mittlerer Feuchtigkeit.)

	Zeit in Min.	Nr. 7	Nr. 8	Nr. 9
Vor- periode	1	0,98	0,92	0,93
	5	0,88	0,89	0,90
	10	0,85	0,88	0,88
1. Expos.	12—19	großes Gefäß	großes Gefäß	großes Gefäß
Zwischen- periode	20	0,80	0,82	0,82
	25	0,75	0,80	0,78
	30	0,74	0,78	0,76
2. Expos.	32—39	kleines Gefäß	kleines Gefäß	kleines Gefäß
Nach- periode	40	0,84	0,92	0,85
	45	0,80	0,88	0,83
	50	0,78	0,85	0,82
Δ großes Gefäß		-0,05	-0,06	-0,06
Δ kleines Gefäß		+0,10	+0,14	+0,09

angenommen, daß das Zink selbst an der Oberfläche chemisch verändert, mit Zinkhydroxyd, kohlensaurem Zink und dergl. überzogen würde. Wäre dies der Fall, so müßten die erniedrigten Kontaktpotentiale dauernd bestehen bleiben. Dies trifft aber nicht zu, vielmehr zeigen die Versuche deutlich (Tabb. 5, 7, 9, 10, 14), daß die in feuchter Luft gefallenen Potentiale in trockener Luft wieder ansteigen, gelegentlich sogar ihren Anfangswert wieder erreichen. Daß dies nicht in allen Fällen gefunden wird, liegt vermutlich daran, daß die Platten während des Hin- und Hertransports zwischen Trockenraum und Potentialmesser der äußeren Luft ausgesetzt waren, welche bei genügender Feuchtigkeit, für die leider nicht in allen Fällen Messungen vorliegen, die Potentiale wieder herabsetzen mußte.

Die Abnahme der Wirkung des Wasserdampfgehaltes der Luft innerhalb eines Gefäßes kann weiterhin auch nicht dadurch bedingt sein, daß sich etwa durch Absorption der Wände ein geringerer Feuchtigkeitsgehalt herstellt; es geht dies sowohl daraus hervor, daß die anderen Wände des Gefäßes ja unausgesetzt mit der Luft in Berührung standen und

sich längst hätten sättigen müssen (überdies ja, wie in Tab. 3, besonders aber im folgenden § 6 gezeigt werden wird, auf das Material der Wände nichts ankommt), als auch aus gelegentlichen Versuchen von Hrn. Hallwachs, der im Innern eines geschlossenen Gefäßes auch bei tagelanger Beobachtungszeit unveränderlichen Feuchtigkeitsgehalt feststellte.

Nach Ausschluß der genannten Möglichkeiten konnte das Verschwinden des Wassereinflusses auf die Platten durch Diffusion in die Platten hinein oder durch einen besonderen Verdampfungsprozeß geschehen. Auch wäre noch möglich, daß die Ausbildung der Kontaktpotentiale das Entstehen einer außen an der Platte anliegenden Schicht mit sich bringt, welche durch die Luftbewegung teilweise fortgeführt werden könnte. Aus den Versuchen mit bewegter, trockener Luft (Tab. 7) sind Schlüsse nur mit Vorsicht zu ziehen, da mit Chlorcalcium getrocknete Luft immer noch etwas Feuchtigkeit enthält.¹⁾ Welcher dieser Vorgänge wirkt, muß durch weitere Arbeiten, besonders solche mit vollkommen trockener Luft, aufgeklärt werden. Dabei möchte folgender Gesichtspunkt zu grunde zu legen sein.

Von den verschiedenen Möglichkeiten dürfte zurzeit die des Verdampfens die wahrscheinlichste sein. Natürlich kann es sich nicht um Verdampfen von Wasser handeln, denn dieses ist innerhalb des Gefäßes in demselben Verhältnis gehemmt, wie die Zufuhr von Wasserdampf. Nun bildet sich aber, wie schon Russel²⁾ gezeigt hat, an den Platten Wasserstoffsuperoxyd, und auf die Bildung desselben sind mit Erfolg die Wirkungen der Metallplatten auf die photographische Platte zurückgeführt worden.³⁾ Das Wasserstoffsuperoxyd muß aber wohl, da ja die Oxyde und Superoxyde stark negativ sind, das Potential der Oberfläche herabsetzen. Daß dieses Wasserstoffsuperoxyd innerhalb der Gefäße aber wieder weggeht, verdampft, das beweisen eben die photographischen Wirkungen.

Zur Sicherung dieser Schlußfolge wurde das Potential

1) Vgl. Fresenius, Zeitschr. f. anal. Chemie 4. p. 178 ff. 1865.

2) W. J. Russel, Proc. Roy. Soc. 63. p. 109. 1898.

3) Vgl. z. B. S. Saeland, Ann. d. Phys. 26. p. 899 ff. 1908 u. 27. p. 903. 1908, wo auch die Literatur zu finden ist.

von H_2O_2 -Lösung (Hydrogenium peroxydatum medicinale) sowie von H_2O in der Weise bestimmt, daß die Flüssigkeit auf eine der Normalen gegenüberstehende alte Messingplatte, die gegen diese das Potential Null besaß, aufgeschichtet und das Kontaktpotential in der üblichen Weise gemessen wurde. Die Potentialdifferenz Wasseroberfläche minus Normale fand sich zu + 0,1 Volt, während sich der entsprechende Wert für die H_2O_2 -Lösung zu - 0,3 Volt ergab. Die letztere wurde in kurzer Zeit positiver, d. h. der H_2O_2 -Gehalt nahm ab. Die obige Voraussetzung, daß Wasserstoffsuperoxyd stark negativ ist, bestätigt sich also.

Die Beseitigung des Einflusses von Wasserdampf durch Einbringen der Platte in ein Gefäß ist in der vorliegenden Arbeit als primäre Ursache des Gefäßeinflusses nachgewiesen worden. Man würde zu der Anschauung gelangen, daß der Gefäßeinfluß zurzeit so erklärt werden muß, daß Wasserdampf an der Oberfläche der Platten dissoziiert wird¹⁾ und zur Bildung von Wasserstoffsuperoxyd führt, und daß dieses eine negative Schicht auf der Platte bildet. Im Außenraum führt die Bewegung der Luft immer neuen Wasserdampf zu, die Bildung von H_2O_2 hält ständig an; gleichzeitig verdampft ein Teil wieder, so daß sich ein dynamisches Gleichgewicht ausbildet; im Innern eines kleinen Gefäßes hört dagegen die Neubildung von H_2O_2 auf, ohne daß das bereits gebildete verhindert wird, zu verdampfen, indem ja das Gefäß selbst kein Wasserstoffsuperoxyd enthält; auf diese Weise werden die Platten im Gefäß wieder positiver. Bei größeren Gefäßen bleibt qualitativ der Einfluß der gleiche, nur quantitativ wird er geringer.

§ 6. Pellats Einwirkung benachbarter Platten.

Nachdem die Rolle, welche die Feuchtigkeit beim Gefäßeinfluß spielt, hervorgetreten war, ging man nun nochmals genauer auf die Prüfung der Versuche von Hrn. Pellat²⁾ unter Benutzung der inzwischen gewonnenen Erfahrung ein.

1) Vgl. Arbeit v. Bose, Zeitschr. f. phys. Chemie 34. bes. p. 715 ff. 1900. Dort auch Zusammenstellung der Literatur.

2) H. Pellat, Compt. rend. 94. p. 1247 ff. 1882.

Derselbe hatte einer Platte einige Minuten eine andere vom selben oder anderem Metall im Abstande von 0,1 bis 12 mm gegenübergestellt. Verglich er nach dieser „Exposition“ die zu untersuchende Platte von neuem mit der Normalen, so fand er, daß die Platte mit wenigen Ausnahmen positiver geworden war. Einige Minuten nach Entfernen der zweiten Platte verschwand der Einfluß wieder. Pellat meinte, daß von den beeinflussenden Platten Teilchen ausgesandt werden, die sich auf der gegenüberstehenden Platte niederschlagen und eine flüchtige Verbindung bilden. Er untersuchte eine größere Anzahl Metallkombinationen und fand, daß unter den beeinflussenden Metallen oben an stehen Blei und Eisen, dann Kupfer, Gold, Platin. Zink schien keine Wirkung auszuüben auf Zink, Kupfer und Gold. Die Erscheinung stimmt mit der als Gefäßeinfluß bezeichneten in vielem überein. In Hinblick auf die quantitativen Verschiedenheiten wurden eine Anzahl Kombinationen nachgeprüft und solche von Metall und Nichtmetall hinzugefügt, da ein früherer Versuch (Tab. 3) gezeigt hatte, daß der Gefäßeinfluß auch in nichtmetallischen Gefäßen eintritt. Pellat scheint in dieser Richtung ebensowenig Versuche angestellt zu haben, wie mit bewegter Luft zwischen den Platten. Die Ergebnisse für Zinkplatten sind in der folgenden Tabelle zusammengestellt.

Tabelle 11.

Versuche zu PELLATS Einwirkung benachbarter Platten.

	Zeit in Min.	Nr. 8	Nr. 10	Nr. 8	Nr. 10	Nr. 8	Nr. 10
Vor- periode	1	0,95	0,92	0,94	0,98	0,92	0,89
	5	0,87	0,78	0,81	0,89	0,83	0,78
	10	0,79	0,71	0,78	0,82	0,72	0,65
Expos.	12—19	Gegenüber Zink	Gegenüber Kupfer	Gegenüber Blei			
Nach- periode	20	1,01	0,91	0,90	0,95	0,80	0,75
	25	1,00	0,73	0,86	0,85	0,65	0,66
	30	0,94	0,67	0,82	0,78	0,63	0,64
	4	+0,22	+0,20	+0,12	+0,13	+0,08	+0,10

Tabelle 11 (Fortsetzung).

	Zeit in Min.	Nr. 8	Nr. 10	Nr. 8	Nr. 10
Vor- periode	1	0,97	0,95	0,96	0,96
	5	0,92	0,88	0,91	0,90
	10	0,88	0,79	0,88	0,79
Expos.	12—19	Gegenüber <i>Glas</i>		Gegenüber <i>Schellack</i>	
Nach- periode	20	0,91	0,88	0,94	0,89
	25	0,79	0,81	0,91	0,76
	30	0,74	0,78	0,90	0,71
	<i>A</i>	+ 0,08	+ 0,09	+ 0,06	+ 0,10

Eine quantitative Verschiedenheit, wie sie Pellat gefunden hat, ist bei den Versuchen mit Zinkplatten zwar zu erkennen, mit der von Pellat angegebenen Reihenfolge der beeinflussenden Metalle herrscht jedoch keine Übereinstimmung. Es bleibt daher zu untersuchen, ob die beobachteten Unterschiede bei den Platten verschiedener Substanz nicht etwa auf Variationen des Feuchtigkeitsgehaltes der Luft zurückzuführen sind. Zu diesem Zwecke dienten Versuche mit Kupfer, Zink und Glas — Körper die sich in Tab. 11 sehr verschieden verhalten —, bei denen die Luft getrocknet wurde. Wenn in diesem Falle die Verschiedenheiten der Wirkung verschwinden, so kann man annehmen, daß die von Hrn. Pellat beobachtete Erscheinung mit dem kontaktelektrischen Gefäßeinfluß des Hrn. Hallwachs zusammenfällt, und beide Erscheinungen sind auf die Wirkung der Luftfeuchtigkeit zurückgeführt.

Zur Ausführung der Versuche wurde die für Tab. 11 benutzte Anordnung in den schon mehrfach erwähnten Glaszylinde mit Messingkapseln eingesetzt und die Luft in ihm durch Chlorcalcium getrocknet. Als wirkende Gefäßsubstanz dienten Kupfer, Zink und Glas.

Tabelle 12.
Pellats Versuche in trockener Luft.

	Zeit in Min.	Nr. 6	Nr. 7	Nr. 6	Nr. 7	Nr. 6	Nr. 7
Vor- periode	1	0,92	0,95	0,98	0,95	0,89	0,99
	5	0,88	0,87	0,88	0,90	0,80	0,87
	10	0,85	0,82	0,88	0,86	0,79	0,84
Expos.	12—19	Gegenüber <i>Kupfer</i>		Gegenüber <i>Zink</i>		Gegenüber <i>Glas</i>	
Nach- periode	20	0,98	0,94	0,94	0,95	0,89	0,98
	25	0,88	0,91	0,91	0,90	0,86	0,88
	30	0,87	0,90	0,88	0,88	0,85	0,88
	Δ	+0,08	+0,12	+0,11	+0,09	+0,10	+0,14

Die Tab. 12 zeigt, daß die Unterschiede bei verschiedenen Substanzen als Gegenplatte in trockener Luft innerhalb der Grenzen der Übereinstimmung bei gleichartigen Versuchen liegen. Daraus folgt also, daß die Annahme des Hrn. Pellat, die Erscheinung beruhe auf Teilchen, welche die Gegenplatte aussendet, nicht zutrifft, dieselbe vielmehr einen Spezialfall des Gefäßeinflusses bildet.

§ 7. Einfluß der Kohlensäure.

Im Verlauf der Untersuchungen zeigte es sich wiederholt, daß nach längerem Arbeiten bei geschlossenen Fenstern besonders im Winter gegen Abend das Abklingen der Platten im Apparat immer stärker wurde, obwohl das Hygrometer fast keine Änderung des Feuchtigkeitsgehaltes der Luft gegen den am Morgen anzeigen. Diese Beobachtung gab Anlaß zu weiteren Untersuchungen, und es lag nahe, an eine Steigerung des Kohlensäuregehaltes der Luft zu denken, wie sie nach längerem Arbeiten sowohl durch den Beobachter als auch durch die Gasbeleuchtung entsteht. Es wurden deshalb Versuche angesetzt (deren Resultate sich in Tab. 13 finden), um den Einfluß von feuchter und trockener Luft, einmal von

Kohlensäure befreit, das andere Mal damit vermischt, festzustellen. Die Herstellung der zu den unter I angegebenen Versuchen benutzten, mit Wasserdampf gesättigten Luft ohne Kohlensäure geschah in der Weise, daß Zimmerluft, durch eine Wasserstrahlpumpe angesaugt, in feinen Perlen erst durch Natronlauge, dann durch frisch ausgekochtes, destilliertes Wasser und endlich durch ein zylindrisches Glasgefäß, das „Expositionsgefäß“, strömen mußte. Das letztere hatte 5 cm Durchmesser und 30 cm Länge; es besaß eine aufgeschliffene Verschlußklappe und zwei Rohransätze. Die Verbindung der Gefäße und Waschflaschen geschah durch aneinanderstoßende Glaskröpfchen, die durch übergeschobene Gummischlauchstückchen abgedichtet waren, jedoch so, daß die durchströmende Luft möglichst nicht mit Gummi in Berührung kam. Bei den unter III angegebenen Versuchen wurde die Waschflasche mit destilliertem Wasser durch ein 40 cm langes, mit Chlorcalcium gefülltes Trockenrohr ersetzt. Bei den unter II und IV angegebenen Versuchen perlte Kohlensäure aus einem Kippsschen Apparat durch starke Sodalösung in ein offenes Gefäß, vermischt sich dort etwa im Verhältnis 1:1 mit Luft und ging dann das eine Mal durch destilliertes Wasser, das andere Mal durch das Trockenrohr in das Expositionsgefäß. Mehrere Stunden vor Beginn der Versuche ging der Gasstrom durch die Gefäße und wurde auch während des Versuches nicht abgestellt.

Um nun auch weiterhin noch die Frage zu beantworten, inwieweit etwa die chemische Reinheit des Zinkes bei den Änderungen der Kontaktionsdifferenzen eine Rolle spielt, fügte man Beobachtungen an einer Platte zu, die aus chemisch reinem Zink (von Merck, Darmstadt) gegossen wurde und mit Nr. 12 bezeichnet ist, während alle bisher benutzten Platten aus dem gewöhnlichen, käuflichen Zink bestanden. Die Ergebnisse dieser Versuche über den Einfluß der Kohlensäure in Verbindung mit dem der Feuchtigkeit sind in der folgenden Tab. 13 enthalten.

Das Resultat tritt besonders klar hervor, wenn man die unter den verschiedenen Einwirkungen erlittenen Veränderungen sowohl für gewöhnliches, wie für reines Zink zusammenstellt (Tab. 13a).

Tabelle 13.
(Einfluß von Feuchtigkeit in Verbindung mit CO₂).
(Luft in langsamer Bewegung.)

	Zeit in Min.	I. Feuchte Luft ohne CO ₂			II. Feuchte Luft mit CO ₂		
		Nr. 8	Nr. 9	Nr. 12 reines Zn	Nr. 8	Nr. 9	Nr. 12 reines Zn
Vor- periode	1	0,85	0,83	0,96	0,85	0,83	0,90
	5	0,80	0,81	0,94	0,81	0,70	0,86
	10	0,77	0,79	0,93	0,79	0,66	0,85
Expos.	12-19						
Nach- periode	20	0,71	0,71	0,86	0,45	0,35	0,75
	25	0,70	0,70	0,85	0,22	0,18	0,74
	30	0,69	0,70	0,84	0,21	0,17	0,74
	A	-0,06	-0,08	-0,07	-0,84	-0,81	-0,10

	Zeit in Min.	III. Feuchte Luft ohne CO ₂			IV. Trockene Luft mit CO ₂		
		Nr. 8	Nr. 9	Nr. 12 reines Zn	Nr. 8	Nr. 9	Nr. 12 reines Zn
Vor- periode	1	0,89	0,90	0,93	0,86	0,84	0,91
	5	0,86	0,86	0,88	0,83	0,80	0,88
	10	0,84	0,84	0,87	0,80	0,78	0,87
Expos.	12-19						
Nach- periode	20	0,79	0,82	0,82	0,74	0,74	0,80
	25	0,76	0,81	0,79	0,73	0,72	0,80
	30	0,75	0,80	0,78	0,73	0,71	0,79
	A	-0,05	-0,02	-0,05	-0,06	-0,04	-0,07

Tabelle 13a.

	Gewöhnliches Zink		Reines Zink	
	Feuchte Luft langsam strömend	Trockene Luft langsam strömend	Feuchte Luft langsam strömend	Trockene Luft langsam strömend
ohne CO ₂	-0,070	-0,085	-0,07	-0,05
mit CO ₂	-0,825	-0,050	-0,10	-0,07

Zunächst seien die Veränderungen des gewöhnlichen Zinkes betrachtet. Die Platten werden stark negativ unter Einwirkung von Kohlensäure + Feuchtigkeit, während Wasserdampf ohne Kohlensäure ebenso wie Kohlensäure ohne Wasserdampf kaum $\frac{1}{5}$ dieser Wirkung hervorzubringen imstande sind. Betrachtet man dagegen die Versuche mit reinen Zinkplatten, so ergibt sich, daß hier die Wirkung von Wasserdampf + Kohlensäure nur wenig die der anderen Kombinationen übertrifft. Bei gewöhnlichem Zink ist die Wirkung von Wasserdampf + Kohlensäure etwa zehnmal so stark, als die von trockener Luft ohne Kohlensäure, bei reinem Zink nur zweimal so stark. Daß in trockener Luft kein Anstieg, sondern ein schwacher Abfall eintritt, hat seinen Grund darin, daß das Gas während des Versuches langsam durch das Expositionsgefäß strömte (vgl. die Versuche über bewegte Luft Tabb. 6 und 7).

Um über den Unterschied von gewöhnlichem und reinem Zink ein Urteil zu erhalten, wurde noch folgender Versuch angestellt. Je zwei Platten von jeder der beiden Zinksorten, deren Anfangswerte bestimmt sind, wurden von 3 bis 9 Min. der Einwirkung von Feuchtigkeit + Kohlensäure, von 12 bis 19 Min., der von trockener Luft + Kohlensäure ausgesetzt und in der Zwischenzeit jedesmal mit der Normalen verglichen. Die bei den Versuchen erhaltenen Werte sind in der folgenden Tabelle zusammengestellt. Im Gegensatz zu den Versuchen der Tab. 12 befand sich das Gas während der Expositionszeit in dem Gefäß in Ruhe.

Tabelle 14.

Vergleich von gewöhnlichem und reinem Zink (Luft in Ruhe).

Zeit in Min.	Gewöhnliches Zink		Reines Zink	
	Nr. 8	Nr. 9	Nr. 12	Nr. 13
1	0,85	0,99	0,94	0,85
3—9	Feuchte Luft + CO ₂		Feuchte Luft + CO ₂	
10	0,80	0,85	0,83	0,75
12—19	Trockene Luft + CO ₂		Trockene Luft + CO ₂	
20	0,78	0,79	0,98	0,79
25	0,77	0,79	0,91	0,77
30	0,77	0,79	0,90	0,76
Δ_{feucht}	-0,55	-0,64	-0,11	-0,10
$\Delta_{trocken}$	+0,48	+0,44	+0,10	+0,04

Alle Platten werden unter der Einwirkung von Feuchtigkeit + Kohlensäure negativer, kehren jedoch durch eine darauf folgende Exposition in trockener Luft + Kohlensäure zurück, zum Teil fast auf ihren Anfangswert. Die Veränderung ist bei gewöhnlichem Zink etwa fünfmal so stark als bei reinem. Dasselbe Verhältnis ging auch schon aus den Versuchen der Tab. 13 hervor.

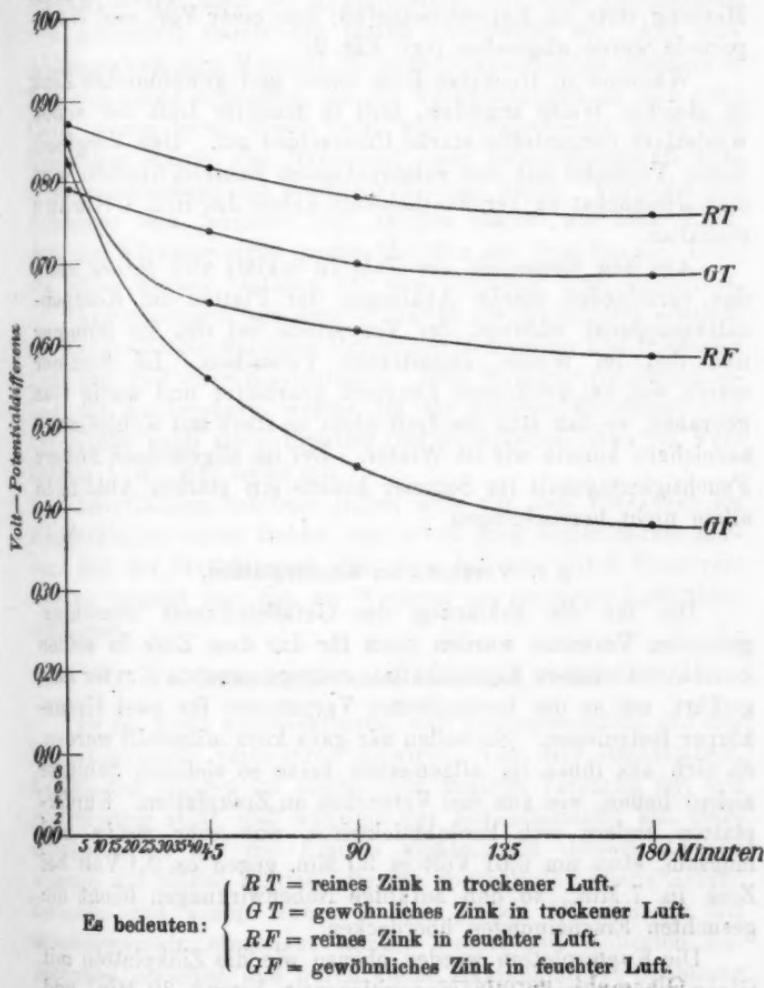


Fig. 2.

Einige Versuche über das Verhalten von gewöhnlichem und reinem Zink in feuchter und trockener Luft mit Expositionzeiten bis zu 180 Minuten, die bei einer von Hrn. E. Ullmann gleichzeitig im hiesigen Institut vorgenommenen lichtelektrischen Untersuchung Verwendung finden sollten, mögen hier noch Platz finden. Die Ergebnisse sind im vorstehenden Diagramm graphisch dargestellt. Die Platten befinden sich außer bei der Messung stets im Expositionsgefäß; von einer Vor- und Nachperiode wurde abgesehen (vgl. Fig. 2).

Während in trockener Luft reines und gewöhnliches Zink in gleicher Weise ermüden, tritt in feuchter Luft der schon wiederholt festgestellte starke Unterschied auf. Den Vergleich dieser Versuche mit den entsprechenden lichtelektrischen wird eine demnächst zu veröffentlichte Arbeit des Hrn. Ullmann enthalten.

Aus den Versuchen der Tab. 13 erklärt sich ferner auch das verschieden starke Abklingen der Platten im Kompressionsapparat während der Vorperiode bei den im Sommer und den im Winter angestellten Versuchen. Im Sommer wurde viel bei geöffneten Fenstern gearbeitet und wenig Gas gebrannt, so daß sich die Luft nicht so stark mit Kohlensäure anreichern konnte wie im Winter. Der im allgemeinen höhere Feuchtigkeitsgehalt im Sommer konnte ein starkes Abklingen allein nicht hervorbringen.

§ 8. Versuche an Kupferplatten.

Die für die Erklärung des Gefäßeinflusses ausschlaggebenden Versuche wurden auch für das dem Zink in seinen kontaktelektrischen Eigenschaften entgegengesetzte Kupfer ausgeführt, um so die beobachteten Variationen für zwei Grenzkörper festzulegen. Sie sollen nur ganz kurz mitgeteilt werden, da sich aus ihnen im allgemeinen keine so sicheren Schlüsse ziehen ließen, wie aus den Versuchen an Zinkplatten. Kupferplatten ändern sich kontaktelektrisch nur sehr wenig und langsam, etwa um 0,01 Volt in 30 Min. gegen ca. 0,1 Volt bei Zink in 7 Min., so daß zufällige Nebenwirkungen leicht die gesuchten Erscheinungen überdecken.

Die Kupferplatten wurden ebenso wie die Zinkplatten mit Glasmehl gereinigt; die Expositionzeit betrug 30 Min. und

war von einer Vor- und Nachperiode von je 10 Min. eingeschlossen.

Die Erscheinung des Positiverwerdens durch Exposition in einem mit Zimmerluft gefüllten kleinen Gefäß im Gegensatz zu einem Negativerwerden im Kompensationsapparat oder offen im Zimmer — der sogenannte kontaktelektrische Gefäßeinfluß — trat auch bei Kupferplatten auf; beim Durchblasen von Außenluft durch das Gefäß verschwand er. Auf eine Abhängigkeit vom Material der gegenüberstehenden Gefäßwand ließ sich nicht schließen, da die Veränderungen an sich sehr klein waren (etwa 0,005 Volt) und infolgedessen auch die Störungen durch den Transport vom Expositionsgefäß zum Kompensationsapparat stark ins Gewicht fielen. Versuche mit trockener und feuchter Luft zeigten ebenso wie beim Zink, daß die Wirkung eines großen Gefäßes der von feuchter Luft, die eines kleinen Gefäßes der von trockener Luft entspricht.

Abweichungen von dem Verhalten der Zinkplatten ergaben die Kupferplatten bei ihrer Exposition in feuchter und trockener Luft mit und ohne Kohlensäure. Eine Wirkung von Feuchtigkeit mit Kohlensäure, welche die der anderen Kombinationen der Größe nach stark übertraf (bei Zinkplatten etwa im Verhältnis 1 : 5), trat nicht ein.

Zuverlässige Schlüsse ließen sich aus den Versuchen an Kupferplatten nicht ziehen, nur soviel ging sicher daraus hervor, daß der Gefäßeinfluß sich auch bei ihm durch Positiverwerden anzeigt und mit der Wirkung von trockener Luft übereinstimmt.

§ 9. Nichteinfluß eines statischen Feldes.

Es ist nicht ausgeschlossen, daß Ionenadsorption auf das Kontaktspotential verändernd einwirkt. Um dies festzustellen, fanden den vorigen im allgemeinen analoge Versuche mit der Abänderung statt, daß während der Expositionszeit ein elektrisches Feld auf die Platten wirkte. Zu diesem Zwecke wurden die beiden Platten, die das sogenannte „kleine Gefäß“ bildeten und schon früher in den großen Glaszyylinder mit Messingkapseln eingebaut worden waren, mit isolierten Zuleitungen versehen und durch kleine Akkumulatoren Spannung angelegt. Die Stärke des Feldes betrug etwa 250 Volt/cm.

Die Versuche wurden in feuchter und in trockener Luft ange stellt und sind in der folgenden Tabelle enthalten.

Tabelle 15.

(Nichteinfluß eines stat. Feldes in trockener und feuchter Luft.)

	Zeit in Min.	0 Volt		Zink positiv		Zink negativ		Feuchte Luft
		Nr. 8	Nr. 9	Nr. 8	Nr. 9	Nr. 8	Nr. 9	
Vor- periode	1	0,85	0,89	0,88	0,89	0,89	0,91	
	5	0,81	0,83	0,83	0,83	0,83	0,87	
	10	0,78	0,81	0,81	0,82	0,81	0,86	
Expos.	12—19							
Nach- periode	20	0,54	0,58	0,58	0,61	0,58	0,63	
	25	0,51	0,57	0,57	0,59	0,56	0,62	
	30	0,50	0,56	0,56	0,58	0,55	0,62	
	A	-0,24	-0,23	-0,23	-0,21	-0,23	-0,23	

	Zeit in Min.	0 Volt		Zink positiv		Zink negativ		Trockene Luft
		Nr. 8	Nr. 9	Nr. 8	Nr. 9	Nr. 8	Nr. 9	
Vor- periode	1	0,83	0,87	0,90	0,86	0,89	0,90	
	5	0,76	0,83	0,84	0,81	0,83	0,84	
	10	0,75	0,81	0,81	0,79	0,81	0,82	
Expos.	12—19							
Nach- periode	20	0,76	0,88	0,88	0,80	0,82	0,84	
	25	0,74	0,80	0,80	0,77	0,80	0,82	
	30	0,72	0,78	0,79	0,76	0,79	0,81	
	A	+0,01	+0,02	+0,02	+0,01	+0,01	+0,02	

Die Versuche zeigen, daß das Feld weder in feuchter noch in trockener Luft einen Einfluß ausübt. Ionenadsorption spielt also bei den Variationen des Kontaktspotentials keine Rolle. Hiermit sind die Versuche von Hrn. Gaede¹⁾ im Einklang, der ebenfalls keinen Einfluß statischer Felder auf das Kontaktpotential fand.

1) W. Gaede, Ann. d. Phys. 14. p. 647. 1904.

§ 10. Der Nichteinfluß des Lichtes.

Hr. F. Aigner¹⁾ hat Versuche über den Einfluß des Lichtes auf elektrostatisch geladene Konduktoren angestellt, aus welchen er auf eine Änderung des Kontaktspotentiales von Zinkplatten durch Belichtung schließt und welche er zur Vergleichung des kontaktelektrischen Verhaltens mit dem lichtelektrischen dieses Metalles benutzt. Diese Änderung des Kontaktspotentiales durch Belichtung soll im folgenden nachgeprüft werden; eine solche Nachprüfung ist um so notwendiger, als Hr. Aigner den oben nachgewiesenen Gefäßeinfluß nicht gekannt hat, und bei seinen lichtelektrischen Arbeiten den lichtelektrischen Gefäßeinfluß trotz Versuches darüber nicht festzustellen vermochte.²⁾ Die Wiederholung der Versuche geschieht unter Berücksichtigung der beim Studium des kontaktelektrischen Gefäßinflusses gemachten Erfahrungen. Um äußere Störungen möglichst abzuhalten, sollten die Platten in einer Zelle belichtet werden, deren Maße möglichst so zu wählen waren, daß eben noch ein schwaches Abklingen eintrat, da in diesem Falle, wie die Erfahrung gezeigt hatte, Veränderungen am leichtesten zu bemerken sind. Aus den früheren Versuchen ließ sich schließen, daß ein zylindrisches Zinkblechgefäß von 10 cm Durchmesser und 30 cm Länge diese Bedingung erfüllte. Das Gefäß trug im Innern in der Mitte eine senkrecht zur Zylinderachse drehbare Fassung, in welcher die Platte durch drei kleine Krallen befestigt wurde. Um das Einsetzen leicht und schnell ausführen zu können, war das Gefäß in der Mitte auseinander zu nehmen. Die Drehbarkeit des Plattenhalters war nötig, um die Platten zur Kontrolle auch tangential und von rückwärts belichten zu können, die Anordnung in der Mitte der Längsausdehnung, um Belichtungen von der Vorder- und Rückseite ausführen zu können,

1) F. Aigner, Wiener Ber. IIa. 115. p. 1485. 1906.

2) Über den vermutlichen Grund hiervon vgl. W. Hallwachs, Ann. d. Phys. 23. p. 459. Anm. 1907. In der bereits erwähnten, der vorliegenden vielfach parallel laufenden Arbeit lichtelektrischer Natur wird Hr. E. Ullmann demnächst auf diese Versuche des Hrn. Aigner zurückkommen und den Irrtum in den aus denselben gezogenen Schlüssen nachweisen.

ohne daß der freie Luftraum über der Platte seine Größe änderte, und somit Störungen durch verschieden starken Gefäßeinfluß eintreten konnten. Um eine chemische Einwirkung der Verbrennungsprodukte der Bogenlampe zu vermeiden, wurde sie vor dem Fenster im Freien aufgestellt. Eine Scheibe des Fensters war durch Zinkblech ersetzt worden und besaß einen kleinen Schieber mit einer durch eine Quarzplatte verschlossenen Öffnung, durch welche das Licht der Bogenlampe auf die Platte fiel. Eine vor dem Fenster zwischen Quarzplatte und Lampe frei aufgestellte Asbestblende ließ nur einen Strahlenkegel von der Größe durch die Quarzplatte treten, daß er die in der Zelle aufgestellte Zinkplatte reichlich deckte. Auf diese Weise gelang es, bei einem Abstande von 40 cm vom Lichtbogen eine Erwärmung der Platte fast ganz zu vermeiden. Bei nur 20 cm Abstand stieg ein Thermometer mit angerußter Kugel in 7 Min. um 15° C. an. Zur Belichtung diente zunächst eine Siemens-Schuckert-Gleichstrombogenlampe, die ihren Strom von etwa 15 Amp. von einer Akkumulatorenbatterie von 70 Volt empfing, später auch eine Heräusche Quarzquecksilberlampe. Drei Zinkplatten kamen zur Untersuchung, zwei gewöhnliche und eine reine, und zwar zunächst in verdunkeltem Zimmer und bei Tageslicht hinter Glasfenstern, um zu sehen, ob es nötig sei, die Beobachtungen unter Ausschluß des Tageslichtes anzustellen. Nachdem sich dessen Unwirksamkeit ergeben hatte, wie die Versuche der Tab. 16 zeigen werden, sah man von einer Verdunkelung des Zimmers ab. Die Platten wurden von vorn, von der Rückseite und in Tangentialstellung belichtet, um die Wärmeinflüsse eliminieren und entscheiden zu können, ob ein eventueller Lichteinfluß auf die Platte oder aber auf das Medium wirke.

Die Belichtungszeit von 7 Min. war von einer Vor- und Nachperiode im Kompensationsapparat von je 10 Min. eingeschlossen. Der Abstand der Platten von der Lichtquelle betrug 40 cm. Die Ergebnisse der Versuche sind in der folgenden Tab. 16 zusammengestellt.

Die angestellten Versuche zeigen, daß eine Wirkung des Lichtes auf das Kontaktpotential innerhalb der bestehenden Fehlergrenzen nicht vorhanden ist. Sie zeigen ferner, von

Tabelle 16.

(Nichteinfluß des Bogenlichtes; Lampe vor dem Fenster; 40 cm Abstand.)

	Zeit in Min.	Im Dunkeln			Bei Tageslicht		
		Nr. 8	Nr. 9	Nr. 12*	Nr. 8	Nr. 9	Nr. 12*
Vor- periode	1	0,95	0,94	1,00	0,96	0,98	0,99
	5	0,93	0,92	0,97	0,91	0,96	0,97
	10	0,91	0,91	0,96	0,88	0,96	0,96
	12-19						
Nach- periode	20	0,90	0,90	0,95	0,89	0,94	0,95
	25	0,89	0,89	0,94	0,88	0,94	0,94
	30	0,89	0,89	0,94	0,87	0,93	0,94
<i>d</i>		-0,01	-0,01	-0,01	+0,01	-0,02	-0,01

	Zeit in Min.	Bogenlicht von vorn			Bogenlicht tangential		
		Nr. 8	Nr. 9	Nr. 12*	Nr. 8	Nr. 9	Nr. 12*
Vor- periode	1	1,00	0,94	1,01	0,97	0,94	1,01
	5	0,96	0,93	1,00	0,92	0,91	0,99
	10	0,95	0,92	0,98	0,91	0,90	0,98
	12-19						
Nach- periode	20	0,97	0,90	0,99	0,91	0,89	0,97
	25	0,96	0,90	0,99	0,91	0,88	0,96
	30	0,92	0,89	0,98	0,90	0,88	0,96
<i>d</i>		+0,02	-0,02	+0,01	±0,00	-0,01	-0,01

	Zeit in Min.	Bogenlicht auf Rückseite		
		Nr. 8	Nr. 9	Nr. 12*
Vor- periode	1	0,99	1,03	0,94
	5	0,96	1,00	0,93
	10	0,95	0,98	0,93
	12-19			
Nach- periode	20	0,94	0,96	0,93
	25	0,93	0,95	0,92
	30	0,93	0,95	0,92
<i>d</i>		-0,01	-0,02	±0,00

* Nr. 12 reines Zink.

welcher Größenordnung die durch Ortswechsel hervorgerufenen Änderungen sind und bestimmen damit jene Fehlergrenze, was für die Beurteilung der Versuche des Hrn. Aigner von Wichtigkeit ist.

Betrachtet man nämlich die von Hrn. Aigner mitgeteilten Resultate, so findet sich, daß die von ihm beobachtete Differenz zwischen einer belichteten und einer unbelichteten Platte nach einstündiger Exposition 1 Proz. des Anfangswertes beträgt, nach 10 Min. Exposition 0,1 Proz. Dies dürfte, da seine Normale eine Kupferoxydplatte ist, etwa von der Größenordnung 0,01 bzw. 0,001 Volt sein. Da aber die aus anderen Ursachen eintretenden, sich überlagernden Änderungen der Kontaktpotentiale, wie die ganzen Versuche dieser Arbeit zeigen, so kleine Änderungen nicht mit irgend welcher Zuverlässigkeit deuten lassen, so kann man aus diesen Versuchen auch nicht auf eine Wirkung des Lichtes auf das Kontaktpotential schließen. Überdies läßt sich die spezielle Genauigkeit der Versuche des Hrn. Aigner gar nicht übersehen, da er nur Mittelwerte angibt. Ferner muß man nach seiner Darstellung annehmen, daß er die 60 Min. dauernde Belichtung durch fünf Messungen, bei denen die Platte in ein anderes Zimmer gebracht werden mußte, unterbrochen hat. Nach diesem fünfmaligen Ortswechsel ist auf 1—1,5 Proz., aus denen er auf einen Einfluß des Bogenlichtes schließt¹⁾, sicher kein Verlaß mehr. Das Zink weist so starke und so schnelle Veränderungen durch andere Einflüsse auf, daß man einen Lichteinfluß erst dann als festgestellt ansehen kann, wenn er in ähnlicher Stärke auftritt. Obwohl man also den Schlüssen des Hrn. Aigner auf Lichteinfluß keine Beweiskraft zusprechen kann, wurde doch noch untersucht, ob, was nach seinen lichtelektrischen Versuchen anzunehmen ist, noch besondere Fehlerquellen mitgespielen, die eventuell der Wahrnehmung entgangen wären, weil Belichtungen tangential und von der Rückseite bei Hrn. Aigners Versuchen fehlen.

Zunächst wurde der Abstand der Platte von dem Licht-

1) Aignersche Arbeit p. 1494. Tab. IV, vgl. besonders diejenigen Versuchsserien, welche Hr. Aigner als „D, Blk, V_k“ (Dunkelheit, Bogenlicht mit Blaukohle und mit Violettcohle) bezeichnet hat.

bogen auf 20 cm herabgesetzt, da aus den lichtelektrischen Versuchen wahrscheinlich ist, wie bei anderer Gelegenheit gezeigt werden wird, daß Hr. Aigner kleine Bogenabstände verwendete. Die Versuche sind in der folgenden Tab. 17 enthalten.

Tabelle 17.

(Einfluß des Bogenlichtes; Lampe vor dem Fenster; Abstand 20 cm.)

	Zeit in Min.	Mit Bogenlicht von vorn			Bogenlampe brennt nicht		
		Nr. 8	Nr. 9	Nr. 12*	Nr. 8	Nr. 9	Nr. 12*
Vor- periode	1	1,00	0,96	1,03	0,93	0,97	0,98
	5	0,97	0,94	1,02	0,90	0,93	0,97
	10	0,96	0,94	1,02	0,89	0,91	0,96
Expos.	12—19						
Nach- periode	20	0,94	0,93	1,02	0,88	0,89	0,94
	25	0,92	0,93	1,01	0,87	0,87	0,93
	30	0,91	0,92	1,01	0,87	0,86	0,93
<i>A</i>		-0,02	-0,01	±0,00	-0,01	-0,02	-0,02

* Nr. 12 reines Zink.

Die Versuche mit und ohne Bogenlicht zeigen keinen Unterschied. Auch eine Wärmewirkung ist infolge der günstigen Versuchsanordnung nicht zu erkennen.

Um Einflüsse der Wärme und der Verbrennungsprodukte der Bogenlampe zu erhalten, wurde bei dem folgenden Versuch die Lampe im Zimmer so aufgestellt, daß das Licht, ohne eine Asbestblende oder Quarzplatte zu passieren, direkt auf die in 40 cm Entfernung in der Zelle aufgestellte Platte fiel. Diese erwärmte sich bei dieser Anordnung so stark, daß sie bei Berührungen mit dem Handrücken ein brennendes Gefühl verursachte. Die Ergebnisse sind in der folgenden Tab. 18 p. 886 enthalten.

Bei der Belichtung von vorn und von der Rückseite ist die Wärmewirkung klar zu erkennen durch Positivwerden der Platten. Das Ausbleiben bei Tangentialbelichtung beweist, daß es eine Wärmewirkung ist, und nicht eine Wirkung auf

Tabelle 18.
Einfluß des Bogenlichtes; Lampe im Zimmer; 40 cm Abstand.

Zeit in Min.	Bogenlampe brennt nicht			Bogenlicht von vorn			Bogenlicht auf Rückseite			Bogenlicht tangential		
	Nr. 8	Nr. 9	Nr. 12*	Nr. 8	Nr. 9	Nr. 12*	Nr. 8	Nr. 9	Nr. 12*	Nr. 8	Nr. 9	Nr. 12*
Vor- periode Expos.	1	0,91	0,88	0,98	0,90	0,87	0,95	0,92	0,92	1,00	0,91	0,90
	5	0,86	0,83	0,96	0,85	0,81	0,93	0,89	0,89	0,98	0,87	0,86
	10	0,84	0,80	0,95	0,83	0,79	0,92	0,87	0,86	0,97	0,85	0,84
	12—19											0,96
Nach- periode	20	0,81	0,78	0,94	0,88	0,82	0,93	0,90	0,90	0,98	0,84	0,83
	25	0,80	0,77	0,93	0,85	0,81	0,92	0,87	0,86	0,97	0,83	0,82
	30	0,79	0,77	0,98	0,82	0,80	0,92	0,85	0,84	0,97	0,83	0,82
	4	-0,03	-0,02	-0,01	+0,05	+0,03	+0,01	+0,03	+0,04	+0,01	-0,01	-0,01

Einfluß von Hg-Licht; Lampe vor dem Fenster; Abstand 30 cm.

Tabelle 19.

Zeit in Min.	Hg-Lampe brennt nicht			Hg-Licht von vorn			Hg-Licht auf Rückseite			Hg-Licht tangential		
	Nr. 8	Nr. 9	Nr. 12*	Nr. 8	Nr. 9	Nr. 12*	Nr. 8	Nr. 9	Nr. 12*	Nr. 8	Nr. 9	Nr. 12*
Vor- periode Expos.	1	0,91	0,86	0,92	0,89	0,88	0,96	0,89	0,89	0,99	0,89	0,88
	5	0,86	0,82	0,90	0,85	0,85	0,93	0,84	0,86	0,97	0,83	0,86
	10	0,82	0,81	0,89	0,82	0,83	0,91	0,81	0,84	0,95	0,80	0,85
	12—19											0,95
Nach- periode	20	0,81	0,80	0,88	0,80	0,82	0,90	0,79	0,83	0,94	0,78	0,84
	25	0,80	0,79	0,87	0,79	0,81	0,89	0,78	0,82	0,93	0,77	0,83
	30	0,79	0,79	0,87	0,79	0,81	0,89	0,77	0,82	0,92	0,76	0,83
	4	-0,01	-0,01	-0,01	-0,02	-0,01	-0,02	-0,01	-0,01	-0,02	-0,01	± 0,00

* Nr. 12 aus reinem Zink.

das Medium oder eine solche der Verbrennungsprodukte der Bogenlampe. Eine warme Platte ist positiver, als eine kalte derselben Metalle, wie schon seit Volta bekannt ist. Störung durch Erwärmung kann bei Hrn. Aigner nicht vorliegen, da seine Platten bei Belichtung negativer werden, Wärme aber Positiverwerden erzeugt.

Während der Versuche herrschte im Zimmer 75—80 Proz. rel. Feuchtigkeit. Infolgedessen tritt auch der Unterschied zwischen den gewöhnlichen Zinkplatten Nr. 8 und Nr. 9 und der reinen Nr. 12 in der Vorperiode stark hervor. Die Anfangswerte von Nr. 12 liegen höher und das Abklingen ist geringer.

Eine stärkere Wirkung als das Bogenlicht soll nach Hrn. Aigners Versuchen das Quecksilberlicht auf das Kontaktpotential ausüben. Auch in dieser Richtung wurden Versuche angestellt; die Quecksilberlampe stand vor dem Fenster, zwischen Lampe und Platte befand sich eine Quarzplatte; der Abstand Lampe bis Zinkplatte betrug 30 cm. Die Ergebnisse der Versuche sind aus der vorstehenden Tab. 19 zu ersehen.

Auch diese Versuche zeigen, daß ein die Fehlergrenze solcher Versuche übersteigender Lichteinfluß nicht vorhanden ist. Das nämliche ergaben Versuche an Kupferplatten.

§ 11. Zusammenstellung der Resultate.

1. Das Kontaktpotential frisch geputzter Zinkplatten nimmt im allgemeinen mit der Zeit ab. Diese Abnahme ist für eine im Zimmer lagernde Platte von der Größenordnung von etwa 0,2 Volt in der ersten halben Stunde.

2. Gefäßeinfluß: Im Innern eines Gefäßes ist die Abnahme vermindert, und zwar um so mehr, je kleiner das Gefäß ist. In sehr kleinen Gefäßen wird eine vorher außerhalb derselben eingetretene derartige Abnahme wieder rückgängig, und zwar unter geeigneten Bedingungen bis zum Anfangswert.

3. Die unter 1 angeführte Abnahme wird einer Wirkung des Wasserdampfes, der Gefäßeinfluß der Verminderung dieser Wirkung infolge der geringeren Luftbewegung in den Gefäßen verdankt. Diese Erklärung ließ sich durch Versuche über die Wirkung von Wasserdampf, unter Vergleich verschiedener

Konzentrationen, durch vergleichende Beobachtungen in geführter und ruhiger Luft, sowie durch solche mit einem kleinen Gefäß im Innern eines größeren bei verschiedener Konzentration des Wasserdampfes als richtig beweisen.

4. Die schon vor langer Zeit von Pellat beobachtete und auf eine Ausstrahlung der Metalle zurückgeführte Beeinflussung des Kontaktspotentials durch nahe gegenübergestellte Platten ließ sich als ein spezieller Fall des unter 2. und 3. aufgeführten Gefäßeinflusses erweisen. Nach dem Bekanntsein der Wirkung des Wasserdampfes ließen sich die Versuche über die Pellatsche Erscheinung einwandfreier einrichten und so die Unabhängigkeit von der Substanz der gegenüberstehenden Platten nachweisen.

5. Für weitere Arbeiten über die Art der Wirkung des Wasserdampfes ist ins Auge zu fassen, daß vermutlich Wasserstoffsuperoxyd die Hauptrolle spielt. Daß solches gebildet wird, ist durch andere Versuche bewiesen, ebenso, daß es im Innern der Zellen von den Metallplatten wieder weggeht. Daß es aber das Kontaktpotential erheblich erniedrigt, wurde durch besondere Versuche (gegen Schluß des § 7) bewiesen.

6. Bei chemisch reinem Zink ist der Einfluß des Wasserdampfes erheblich geringer, wie bei gewöhnlichem.

7. Kohlensäure wirkt analog wie Wasserdampf und namentlich im Zusammenwirken mit dem letzteren. Indes ist dies nur für große Kohlensäurekonzentrationen untersucht; bei den gewöhnlichen Kohlensäuregehalten der Luft möchte ihr Einfluß keine beträchtliche Rolle gegenüber dem des Wasserdampfes spielen.

8. Kupfer zeigt zwar qualitativ dieselben Erscheinungen wie Zink, aber nur mit dem zehnten Teil der Stärke.

9. Ein elektrostatisches Feld wirkt weder in trockener noch in feuchter Luft auf das Kontaktpotential: Ionenadsorption spielt also beim Gefäßeinfluß keine Rolle.

10. Ein Lichteinfluß auf das Kontaktpotential, wie ihn Hr. Aigner gefunden zu haben glaubte, existiert innerhalb der bei den Versuchen in diesem Gebiete gültigen Fehlergrenzen nicht.

11. Verschiedene Reinigungsverfahren der Platten liefern sehr verschiedene Werte für das Kontaktpotential des Zinks, den höchsten Wert ergab das Abreiben mit gereinigtem Glasmehl, den tiefsten, und zwar $\frac{1}{2}$ Volt weniger wie bei Glasmehl, das Abdrehen oder Behandeln mit dem Schaber.

Die vorliegende Arbeit wurde im physikalischen Institut der Technischen Hochschule zu Dresden angefertigt. Es obliegt mir noch die angenehme Pflicht, meinem hochverehrten Lehrer, Hrn. Geheimrat Prof. Dr. Hallwachs für die Anregung zur vorliegenden Arbeit sowie die wertvollen Unterstützungen bei der Anfertigung meinen herzlichsten Dank auszusprechen.

Dresden, Physik. Inst. d. Techn. Hochschule, Mai 1909.

(Eingegangen 22. Januar 1910.)

Anmerkung: Über einige Hauptresultate dieser Arbeit und Folgerungen daraus hat Hr. Hallwachs Juli 1909 in der naturwissensch. Gesellschaft „Isis“ (Dresden) berichtet. (Abhandlungen 1909, p. 65.)

**2. Beobachtungen
am Dopplereffekt bei Wasserstoffkanalstrahlen;
von B. Strasser.**

§ 1. Einleitung.

Beim Dopplereffekt der Kanalstrahlen tritt neben der nach Violett verschobenen Linie durch ein Intensitätsminimum getrennt, auch stets die „ruhende“ Linie auf, welche von leuchtenden Teilchen ausgesandt wird, die keine nennenswerte Geschwindigkeit besitzen.

Zur Erklärung für das Auftreten der ruhenden Linie macht Stark¹⁾ die Annahme, daß durch den Zusammenstoß der bewegten Kanalstrahlenteilchen mit ruhenden Atomen das ruhende positive Atomion „durch den Stoß eine Deformation erfahren und Energie in sein Inneres aufgenommen hat; diese strahlt es dann nach dem Stoß rasch aus, während es in Ruhe bleibt.“

Hieraus muß sich ergeben, daß die Intensität der ruhenden Linie proportional der Zahl der erfolgten Zusammenstöße ist.

Das Intensitätsminimum zwischen der ruhenden und der bewegten Linie deutet Stark so, daß die positiven Strahlen, welche nach dem Dopplerschen Prinzip in ihrer Geschwindigkeit diesem Minimum entsprechen, wohl vorhanden sind, daß sie aber kein Licht emittieren. Zwischen Geschwindigkeit und Lichtemission der bewegten positiven Teilchen soll ein Zusammenhang bestehen, derart, daß die Lichtemission durch die Translationsgeschwindigkeit bedingt ist, und daß unterhalb einer gewissen Grenze der Geschwindigkeit kein Licht ausgesandt werden kann. „Positiv geladene Kanalstrahlenteilchen

1) J. Stark, Ann. d. Phys. 21. p. 430. 1906.

von kleiner Geschwindigkeit führen zwar eine positive Ladung, aber kein Licht mit sich.“¹⁾

Herrmann und Kinoshita²⁾ beobachteten den Dopplereffekt an Linien von Wasserstoff, welchem Stickstoff oder Kohlensäure zugefügt war. Sie fanden, daß die scharfe Trennung zwischen der ruhenden Linie, dem Intensitätsminimum und der bewegten Linie bei Stickstoff verflacht und bei Kohlensäure nicht mehr erkennbar ist. Um ihre Beobachtungen in Einklang mit der Hypothese von Stark über das Minimum zu bringen, nehmen sie an, daß die Wasserstoffkanalstrahlen im Gasinnern eine Zerstreuung erleiden, welche um so größer ist, je dichter das Gas ist, in dem sie verlaufen. Eine nähere Erörterung über die Art der „Zerstreuung“ und weitere Untersuchungen über diese Frage stellen sie nicht an.

Von besonderem Interesse ist die Intensitätsverteilung zwischen der ruhenden und der bewegten Linie, und die Verteilung der Intensität innerhalb der breiten, bewegten Linie selbst. Wie Paschen³⁾ zuerst gefunden hat, besteht die bewegte Intensität nicht aus einer kontinuierlichen Folge bewegter Linien, sondern es sind in ihr zwei durch einen mehr oder minder ausgeprägten Zwischenraum getrennte Maxima vorhanden, deren Intensität von der Geschwindigkeit der Kanalstrahlen abhängig ist. Auch Stark⁴⁾ hat bei Wasserstoffkanalstrahlen die Intensitätsverteilung im Dopplerstreifen genauer untersucht und drei Maxima festgestellt. Diese Erscheinung bringt er in Zusammenhang mit der Planckschen Strahlungstheorie.

Zur eingehenderen Prüfung der Hypothesen erschien eine Vermehrung des vorliegenden Beobachtungsmaterials wünschenswert, und ich habe deshalb Untersuchungen über den Dopplereffekt bei Wasserstoffkanalstrahlen angestellt, über welche im folgenden berichtet werden soll.

1) J. Stark, Physik. Zeitschr. 9. p. 767. 1908.

2) W. Herrmann u. S. Kinoshita, Physik. Zeitschr. 7. p. 563. 1906.

3) F. Paschen, Ann. d. Phys. 23. p. 247. 1907.

4) J. Stark, Physik. Zeitschr. 8. p. 918. 1907.

§ 2. Methode der Untersuchung.

Zur Aufnahme des Spektrums der Kanalstrahlen diente ein großer Prismenspektrograph von Steinheil. Um die Dispersion der Prismen voll ausnützen zu können, kam bei der Kamera ein Teleobjektiv¹⁾ zur Verwendung.

Die Entladungsrohren waren 3—6 cm weit; die Länge derselben variierte zwischen 25 und 45 cm. Die Kathode bestand aus einer Aluminiumscheibe, welche mit möglichst vielen, runden Löchern versehen war, deren Durchmesser bei den einzelnen Röhren zwischen 0,7 bis 2,0 mm lag. Bei den Versuchen wurden zwei Formen von Entladungsrohren verwendet, welche in Figg. 1 und 2 dargestellt sind. Die Röhre



Fig. 1.



Fig. 2.

der Fig. 1, bei welcher die Kathode unmittelbar gegen die Glaswand lag, wurde bei Versuchen benutzt, bei denen der elektrische Strom so schwach genommen wurde, daß keine erhebliche Erwärmung des Glases eintrat, während die Röhre der Fig. 2 für stärkere elektrische Entladungen Verwendung fand. Wird die Röhre in der Nähe der Kathode bei der Entladung sehr heiß, so tritt trotzdem ein Springen des Glases nicht ein, da das heiße Metall selbst nicht in Berührung mit der äußeren Glaswandung ist, sondern gegen den inneren Ansatz gegenliegt. Ohne daß die Gefahr des Springens eintrat, konnte durch solche Röhre beliebig lange ein Strom von 30 Milliamp. hindurchgehen. Bei der Zerstäubung der Kathode setzt sich der Niederschlag hauptsächlich an der kugelförmigen Erweiterung fest; wenn er für die Beobachtungen störend wirkt, kann er hier leicht durch Säuren wieder gelöst werden, ohne daß die Säure mit der Kathode in Berührung kommt. Wird die Röhre darauf gut gereinigt und getrocknet, so kann

1) H. Lehmann, Zeitschr. f. wissenschaftl. Photographie 1. p. 41. 1903; M. Wien u. J. Zenneck, Physik. Zeitschr. 8. p. 36. 1907.

sie von neuem benutzt werden. Das Auspumpen der Röhren geschah mit einer Gaedepumpe.

Zur Messung der Spannungsdifferenz zwischen den Elektroden diente bis zu 3000 Volt ein Präzisionsspannungsanzeiger von Siemens & Halske, bei höheren Spannungen wurde ein Braunsches Elektrometer verwendet.

Der Strom wurde von einem Hochspannungs dynamo erhalten, welcher bis 3000 Volt Spannung lieferte. Zur Erzeugung noch höherer Spannungen diente eine 40 plattige Influenzmaschine. Von der Verwendung eines Induktoriums für hohe Spannungen wurde Abstand genommen, da das Entladungspotential an den Polen des Induktors nicht konstant ist, und somit die entstehenden Kathoden- und Kanalstrahlen von vornherein inhomogen sind.

Der Wasserstoff wurde elektrolytisch hergestellt und zur Trocknung über gebranntes Chlorcalcium geleitet. Er wurde in einem an die Röhre angeschmolzenen Vorratsraume aufbewahrt, aus dem er in kleinen Mengen in die Röhren hineingelassen werden konnte.

Um den Quecksilberdampf der Pumpe von der Entladungs röhre fern zu halten, war zwischen der Pumpe und der Röhre ein Gefäß eingeschaltet, welches mit flüssiger Luft, fester Kohlensäure oder mit einer Kältemischung gekühlt werden konnte. Im Spektrum der Kanalstrahlen waren dann die Quecksilberlinien nicht wahrzunehmen.

Bei längerem Arbeiten ist es vorteilhaft und bequem, wenn die Entladungs röhre durch Glasröhren nicht starr mit der Pumpe verbunden ist. Die Verbindung geschah deshalb mit einem biegsamen Bleirohre von etwa 5 mm innerem Durchmesser. Um bei der Verbindung des Bleirohres mit den Glasröhren Kittungen mittels Siegellack zu vermeiden, wurde folgendes Verfahren angewandt. Nach der Vorschrift von Kundt wurden die Enden der Glasröhren, welche mit dem Bleirohr verbunden werden sollten, platinirt. Nachdem bei Rotglut das Platin in das Glas eingearbeitet war, wurde elektrolytisch Kupfer darauf niedergeschlagen und die verkupferten Enden der Glasröhren mit dem Bleirohr zusammengelötet. Die Verbindungsstellen halten auch bei hohem Vakuum absolut dicht.

Großes Gewicht wurde auf die Reinheit der Gasfüllung gelegt. Sowohl die Wände der Röhre als auch vor allem die Elektroden geben beim Stromdurchgang fremde Gase in reichem Maße ab. Deshalb wurden die Röhren vor der Aufnahme der Spektrogramme mehrere Stunden, in einigen Fällen sogar mehrere Tage lang, unter beständigem Durchgang eines möglichst starken Stromes, während dessen die Pumpe dauernd im Betrieb war, so hoch erhitzt, als es die Haltbarkeit des Glases noch zuließ. Selbst bei stundenlangem Betrieb konnten dann in dem Spektrum des Wasserstoffs fremde Linien nicht wahrgenommen werden.

Bei den Versuchen wurde im allgemeinen von dem Teil der Röhre, in welchem die Kanalstrahlen verliefen, durch eine Kondensorlinse ein verkleinertes Bild auf den senkrechten Spalt des Apparates geworfen. Dabei war die Achse der Röhre in einem Winkel von $30-45^\circ$ nach oben gerichtet. Die photographische Platte war so gestellt, daß die Wasserstofflinien H_{β} , H_{γ} und H_{δ} scharf erschienen. Da H_{γ} photographisch am wirksamsten war, wurden im allgemeinen die Messungen an dieser Linie vorgenommen.

Versuche.

§ 3. Sehr reiner Wasserstoff als Gasfüllung.

Wie schon von Paschen¹⁾, ferner von Stark und Steubing²⁾ festgestellt worden ist, ändert sich die Intensitätsverteilung in der bewegten Linie mit dem Kathodenfall, durch welchen die Kanalstrahlen ihre Geschwindigkeit erhalten. Eine große Reihe von Aufnahmen, welche ich unter verschiedenen Versuchsbedingungen machte, führten zu dem Ergebnis, daß die Verteilung der Intensität außer von der Geschwindigkeit der Kanalstrahlen noch von der Reinheit der Gasfüllung abhängig ist. Die Anwesenheit einer nur sehr geringen Menge eines fremden Gases läßt schon eine Änderung der Intensitätsverteilung der Wasserstofflinien und ihrer Dopplerstreifen hervortreten, selbst wenn dadurch die Färbung der Gesamt-

1) F. Paschen, l. c.

2) J. Stark u. W. Steubing, Ann. d. Phys. 28. p. 974. 1908.

emission der Kanalstrahlen in wahrnehmbarer Weise sich nicht ändert.

Die Messungen der Schwärzungen der Wasserstofflinien und ihrer Dopplereffekte auf den Negativen geschah mit dem Hartmann'schen Mikrophotometer.¹⁾ Die ersten Messungen wurden mit dem Mikrophotometer des astro-physikalischen Observatoriums in Potsdam gemacht, welches mir Hr. Prof. Hartmann in liebenswürdiger Weise zur Verfügung stellte; ich möchte ihm hierfür meinen besten Dank aussprechen. Nachdem das physikalische Institut der Danziger Hochschule in den Besitz eines eigenen Apparates gelangt war, wurden mit demselben die weiteren Messungen ausgeführt. Im allgemeinen ist der maximale Schwärzungsgrad innerhalb der ruhenden und bewegten Linie ungefähr der gleiche, wenn der Wasserstoff in der Entladungsröhre zwar sehr rein ist, aber auf die Entfernung fremder Gasreste von den Röhrenwandungen und den Elektroden nicht tagelange, mühevolle Arbeit verwendet ist.

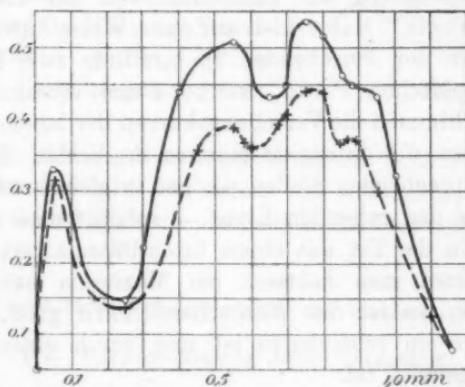


Fig. 3.

In Fig. 3 ist die Schwärzungsverteilung einer solchen Aufnahme graphisch dargestellt. Die Ordinaten geben den Grad der Schwärzung S wieder und zwar gilt nach der Definition der Schwärzung

$$S = \log J - \log J_1,$$

1) J. Hartmann, Zeitschr. f. Instrumentenk. 19. p. 97. 1899.

wobei J die Intensität des auf das Negativ fallenden, und J_1 die Intensität des absorbierten Lichtes bedeuten. Die Abszissen sind die von der Ruhelinie an gemessenen Abstände in Millimetern.

Bei vielen Aufnahmen lassen sich in der Verteilungskurve die ersten beiden Maxima leicht nachweisen; bei einigen Aufnahmen gelang es mir auch, das dritte nur sehr schwache Maximum festzustellen. Das Auffinden der Maxima wird dadurch erschwert, daß selbst bei guten photographischen Platten auf der Schicht häufig schwarze Punkte oder kleine Flecken vorhanden sind, welche, wenn sie zufällig innerhalb der zu photometrierenden Stelle liegen, die Einstellung ungenau machen und unter Umständen ein Intensitätsmaximum in der Schwärzungskurve vortäuschen können. Um von solchen Zufälligkeiten frei zu sein, wählte ich folgende Anordnung. Zwischen dem Prisma und der photographischen Platte des Spektrographen wurde ein Kalkspatprisma so aufgestellt, daß durch Doppelbrechung der Lichtstrahl von der Linie H , in zwei zerlegt wurde. Man erhält auf diese Weise durch dieselbe Aufnahme von der betreffenden Spektrallinie zwei Bilder auf der photographischen Platte, welche 4 mm voneinander entfernt lagen. Stimmen die Verteilungskurven der beiden Negative überein, liegen die Intensitätsmaxima in beiden Kurven an einander entsprechenden Stellen —, also in gleichen Abständen von der Mitte der ruhenden Linie — so darf man schließen, daß man es in der Tat mit einem Intensitätsmaximum zu tun hat. Beobachtet man indessen ein Maximum nur an dem einen Negativ, so ist die Wahrscheinlichkeit groß, daß das Maximum nur ein scheinbares ist und durch einen Plattenfehler hervorgerufen ist.

Fig. 3 zeigt zwei auf diese Weise erhaltene Kurven. Da die beiden Negative der Linie nicht genau gleich stark auf der Platte herausgekommen sind, sind kleine Abweichungen in den Schwärzungskurven vorhanden; doch sind in beiden Kurven die drei Maxima an einander entsprechenden Stellen wahrzunehmen.

Es ist im allgemeinen nicht leicht, die drei Maxima zu erhalten; Stark weist darauf hin, daß sie oft nur durch

Kontraststeigerung und mehrfaches Umphotographieren festgestellt werden können. Da ich indessen die Maxima der Verteilungskurve selbst nicht weiter untersuchen wollte, habe ich bei weiteren Aufnahmen auf die für ihr Auftreten geeigneten Versuchsbedingungen — wie Dauer der Belichtung, Kontraststeigerung usw. — nicht besonders geachtet, so daß ich sie bei den anderen photometrisch aufgenommenen Verteilungskurven teilweise angedeutet, aber nicht alle drei scharf ausgebildet, erhalten babe.

Nachdem die Spektralröhre für einige Aufnahmen benutzt worden war, wurde sie auf die vorher angegebene Art einen Tag lang durch Erwärmung und Stromdurchgang weiter gereinigt.

Von der Aufnahme, welche darauf bei einer Spannung von 2600 Volt und 0,3 Milliamp. Stromstärke erhalten wurde, ist in Fig. 4 die Verteilungskurve dargestellt.

Wie aus der Figur ersichtlich, ist die größte Schwärzung der ruhenden Linie im Verhältnis viel schwächer, sie ist nur noch der siebente Teil von derjenigen der bewegten Linie.

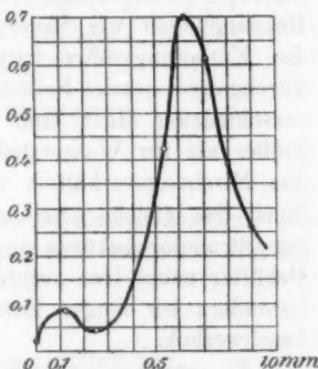


Fig. 4.

Absichtliche Verunreinigung des Wasserstoffs.

§ 4. Verunreinigung durch Stickstoff.

Um festzustellen, welchen Einfluß das Vorhandensein fremder Gase auf den Dopplereffekt im Kanalstrahlenspektrum des Wasserstoffs ausübt, wurde zu dem Wasserstoff eine bestimmte Menge eines anderen Gases hinzugefügt. Damit die Versuche wenigstens bis zu einem gewissen Grade quantitativ gestaltet werden könnten, mußte Sorge getragen werden, daß während der Dauer der Aufnahme das Gasgemisch in der Entladungsrohre in seiner Zusammensetzung möglichst unverändert blieb. Es wurden daher als Zusatz zum Wasserstoff solche

Gase gewählt, welche unter dem Einfluß der elektrischen Entladungen keine Verbindung mit dem Wasserstoff eingehen und durch den elektrischen Strom selbst keine Zersetzung erfahren. Die Gase mußten mithin chemische Elemente sein und keine oder nur geringe Affinität zum Wasserstoff besitzen. Als Mischungsgase wählte ich Stickstoff, Argon und Helium. Der Stickstoff wurde einer käuflichen Bombe entnommen und durch Durchperlen durch mehrere Absorptionsflüssigkeiten von fremden Beimengungen wie Sauerstoff, Kohlensäure usw. befreit. In der Entladungsrohre tritt besonders zu Anfang des Stromdurchgangs starke Selbstevakuierung ein. Dieselbe ist für die verschiedenen Gase eine verschiedene. Sie ist für Stickstoff größer als für Wasserstoff. Damit während einer Aufnahme das Mischungsverhältnis von Stickstoff und Wasserstoff möglichst das gleiche blieb, wurde immer nach einigen Minuten des Stromdurchgangs die Röhre leer gepumpt und aus dem Behälter neues Gas zugelassen. Die Aufnahmen waren daher besonders bei langer Expositionsdauer sehr zeitraubend und beschwerlich.

Es wurde eine große Anzahl von Aufnahmen mit den verschiedensten Mischungsverhältnissen hergestellt. Von ihnen

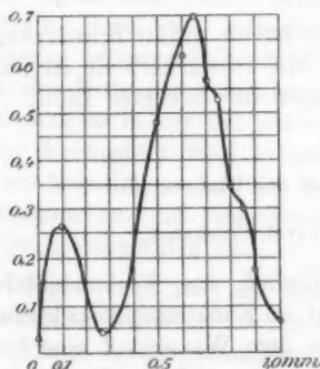


Fig. 5.

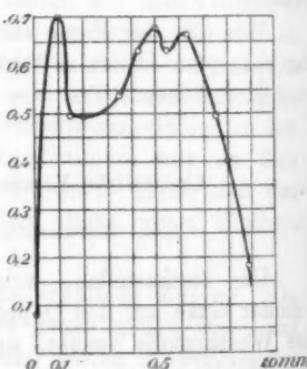


Fig. 6.

sind in den Figg. 5, 6 und 7 die Verteilungskurven für H_2 , wiedergegeben für ein Verhältnis der Volumina von $H:N = 1:0,1$, $1:0,5$, $1:2$.

Die Spannung betrug bei den Aufnahmen 2600 Volt. Um bei den Aufnahmen möglichst die gleiche Schwärzung der

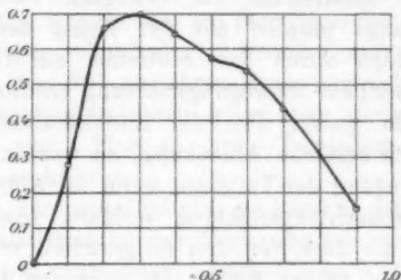


Fig. 7.

Wasserstofflinien zu erhalten, mußte die Expositionsdauer mit zunehmendem Stickstoffgehalt entsprechend vermehrt werden.

§ 5.

Aus den Figuren ist folgendes zu entnehmen:

Die Intensität der ruhenden Wasserstofflinien nimmt in dem Maße zu, wie der Prozentgehalt des Stickstoffs in dem Gasinhalt wächst. Mit steigendem Stickstoffgehalt wächst indessen das Intensitätsmaximum der ruhenden Linien nicht sehr weit über das Intensitätsmaximum der bewegten Linie hinaus. Vielmehr flacht das Minimum zwischen beiden Linien immer mehr ab, so daß der Trennstreifen zwischen ihnen allmählich überbrückt wird. Gleichzeitig rückt das Intensitätsmaximum der bewegten Spektrallinie näher an die ruhende heran.

Von einem Volumverhältnis $H : N = 1 : 1,5$ an ist das Intensitätsminimum nicht mehr wahrzunehmen. Die Geschwindigkeiten, welche bei reinem Wasserstoff die größte Lichtintensität emittieren, sind nur noch im geringen Maße vorhanden, während gerade die kleinen Geschwindigkeiten, welche bei reinem Wasserstoff fehlen, aufgetreten sind.

Wie anfangs schon erwähnt, haben auch Herrmann und Kinoshita Beobachtungen über den Verlauf von Wasserstoffkanalstrahlen in Stickstoff und Kohlensäure kurz mitgeteilt.

Das Verschwinden des Intensitätsminimums bei dem Durchgang der Wasserstoffkanalstrahlen durch ein dichteres Gas führen sie auf Zerstreuung der bewegten Teilchen zurück, indem die anfangs parallel mit der Achse der Röhre verlaufenden Strahlen durch das Auftreffen auf ruhende Gasmoleküle eine seitliche Bewegungsrichtung erhalten sollen.

Erfährt ein großer Teil der Kanalstrahlen durch Zusammenstoß eine seitliche Ablenkung, so werden die Komponenten der Bewegung der Teilchen, wenn die Achse der Röhre normal zur Beobachtungsrichtung verläuft, sowohl auf den Beobachter zu, als auch von ihm fortgerichtet sein.

Es würde auf beiden Seiten der ruhenden Linie auch je eine bewegte Linie auftreten. Die Summe ihrer Intensitäten müßte ziemlich von dem gleichen Betrage sein, wie die Intensität der bewegten Linie, die man erhält, wenn die Kanalstrahlen auf den Beobachter zulaufen, da in beiden Fällen die verschobenen Intensitäten von denselben leuchtenden Teilchen erzeugt werden.

Mit einer Gasfüllung, bei der das Verhältnis der Volumina von $H:N = 1:1,5$ betrug, habe ich bei normaler Stellung der Röhre zur Beobachtungsrichtung Spektrogramme aufgenommen.

Es zeigten sich indessen rechts und links von der ruhenden Linie keine bewegten Linien von den zu erwartenden Intensitäten. Die Schwärzungskurve ist in der Fig. 8 als ausgezogene Kurve wiedergegeben, während die gestrichelte Kurve die Schwärzungskurve bei reinem Wasserstoff darstellt. Die Ränder der Wasserstofflinien sind allerdings bei einer Mischung mit Stickstoff unschärfer als bei reinem Wasserstoff, so daß eine Zerstreuung

der Kanalstrahlen des Wasserstoffs bis zu einem gewissen Betrage vorhanden ist.¹⁾ Doch ist die Verschiebung zu gering,

1) Vgl. J. Stark, Ann. d. Phys. 21. p. 423. 1906.

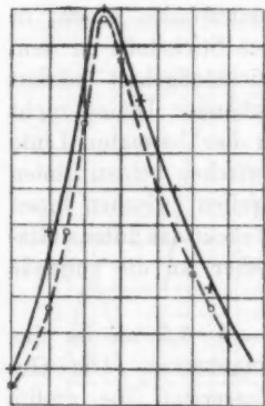


Fig. 8.

um daraus das Verschwinden des Intensitätsminimums allein erklären zu können. Würde infolge von Zerstreuung das Intensitätsminimum überbrückt werden, so müßten die Kanalstrahlenteilchen, um parallel mit dem Spalt des Spektrographen sich zu bewegen, durch ihr Auftreffen auf schwerere Gasmoleküle um $40-50^\circ$ aus ihrer Bewegungsrichtung abgelenkt werden, da die Spektralröhre selbst etwa 40° gegen das Spaltrohr geneigt war. Eine so große Zerstreuung erscheint indessen unwahrscheinlich.

Aus den Versuchen ist also zu folgern, daß beim Dopplereffekt der Kanalstrahlen das Vorhandensein eines Intensitätsminimums nicht unbedingt notwendig ist. Die von den bewegten Teilchen emittierte Energie ist nicht ohne weiteres als abhängig von der Geschwindigkeit zu betrachten.

Auch W. Wien¹⁾ kommt durch andere Messungen zu dem Ergebnis, daß die Ausstrahlung eines Ions von der Geschwindigkeit nur in geringer Weise abhängt, und daß sie möglicherweise nur sekundären Einflüssen zuzuschreiben ist.

Die Starksche Hypothese, daß die kinetische Energie einen bestimmten Minimalwert überschritten haben muß, damit gleichzeitig die bewegten Teilchen Licht emittieren, könnte so modifiziert werden, daß zur *Erregung* des Leuchtens die Geschwindigkeit der Strahlen allerdings einen gewissen Minimalwert überschritten haben muß, daß aber die Lichtemission bestehen bleibt, und nicht plötzlich wieder abbricht, wenn die Geschwindigkeit durch irgend eine Veranlassung unter eine gewisse Grenze herabgeht. Ähnlich äußert sich auch W. Wien²⁾ in der eben angeführten Arbeit: „Allerdings scheint die Erregung des Leuchtens durch die Geschwindigkeit bedingt zu sein. Das einmal erzeugte Leuchten kann aber nur in unmerklichem Grade von der Geschwindigkeit beeinflußt werden.“

§ 6. Verunreinigung durch Argon.

Um festzustellen, wie der Einfluß fremder Gase abhängig ist von dem Molekulargewicht des zum Wasserstoff hinzugefügten Gases, wurden die Versuche mit Argon als Beimengung wiederholt.

1) W. Wien, Ann. d. Phys. 23. p. 431. 1907.

2) W. Wien, l. c.

Die Darstellung des Argons geschah auf folgende Weise. 1 Liter flüssige Luft wurde bis auf einen kleinen Rest verdampft. Da Stickstoff wegen seines tiefen Siedepunktes schneller als Sauerstoff und Argon verdampft, bestand die nicht verdampfte Luft im wesentlichen aus Sauerstoff und Argon. Der argonreiche Rest wurde weiter verdampft und in einem Gasometer aufgefangen. Zur Absorption von Kohlensäure, Sauerstoff, Wasserstoff, Stickstoff und Wasserdampf wurde er über Kaliumhydroxyd, glühendes Kupfer, Kupferoxyd, metallisches Calcium geleitet. Ich erhielt auf diese Weise sehr reines Argon, welches über Quecksilber aufgefangen wurde. Im Geisslerrohr waren fremde Linien nicht wahrzunehmen.

Der Einfluß, welcher durch Hinzufügen von Stickstoff zum Wasserstoff auf den Verlauf der Schwärzungskurven der Wasserstofflinien ausgeübt wird, tritt beim Zusatz von Argon noch stärker hervor. Man erkennt das am besten, wenn man die Kurven der Figg. 6 und 9 miteinander vergleicht. Bei der

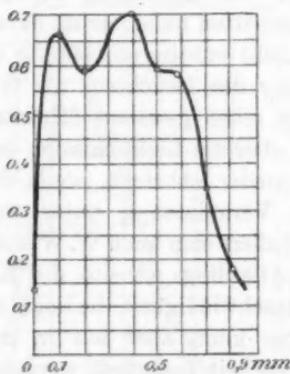


Fig. 9.

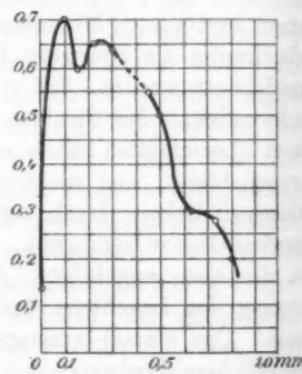


Fig. 10.

Fig. 6 bestand die Gasfüllung aus 1 Volumenteil Wasserstoff und 0,5 Teilen Stickstoff; bei Fig. 9 aus 1 Volumenteil Wasserstoff und nur 0,1 Teilen Argon. Obwohl bei der Mischung mit Argon prozentisch mehr Wasserstoff vorhanden war als mit Stickstoff, ist die Wirkung auf den Verlauf der Verteilungskurve doch ein größerer. Bei der Fig. 10 beträgt das

Verhältnis H:Ar = 1:1. Kommen auf 1 Teil Wasserstoff 1,2 Teile Argon, so ist das Intensitätsminimum nicht mehr festzustellen, die ruhende und bewegte Linie gehen ineinander über.

§ 7. Verunreinigung durch Helium.

Um die in den beiden vorhergehenden Paragraphen gefundenen Ergebnisse zu vervollständigen, wurde als Beimengung von Wasserstoff noch ein Gas von möglichst geringem Molekulargewicht, das Helium, verwendet. Es wurde nach bekannter Art aus Clevéit durch Aufschließen mit verdünnter Schwefelsäure gewonnen. Das erhaltene Rohhelium wurde zur völligen Reinigung von fremden Gasen über glühendes Kupfer, Kupferoxyd, metallisches Calcium und Phosphorpentooxyd geleitet und in einem Behälter über Quecksilber aufbewahrt.

Das Gas war genügend rein; im Geisslerrohr waren die Wasserstofflinien, welche bekanntlich äußerst schwer fernzuhalten sind, nur schwach vorhanden.

Um sie völlig zum Verschwinden zu bringen, wurden nach der Angabe von Mey¹⁾ durch das Gas längere Zeit Entladungen geschickt, indem es in kleinen Mengen in eine Röhre gebracht wurde, in welcher die Kathode aus einer flüssigen Legierung von Kalium und Natrium bestand. Sämtlicher Wasserstoff wird hierbei absorbiert, so daß im Spektrum nur die Heliumlinien zurückbleiben.

Von einer großen Zahl von Aufnahmen sind in den Figg. 11, 12 und 13 die Verteilungskurven von H_γ dargestellt. Das Mischungsverhältnis beträgt bei ihnen:

$$\begin{aligned} \text{H : He} &= 1 : 1, \\ \text{H : He} &= 1 : 2, \\ \text{H : He} &= 1 : 6. \end{aligned}$$

Man erkennt, daß die Verteilungskurven der Wasserstofflinien mit zunehmendem Heliumgehalt einen wesentlich anderen Verlauf nehmen, als wenn dem Wasserstoff schwere Gase beigefügt sind. Während bei Stickstoff und Argon in der ruhenden Wasserstofflinie die maximale Schwärzung nicht wesentlich die in der bewegten Linie überragt, ist sie hier ins-

1) K. Mey, Ann. d. Phys. 11. p. 189. 1903.

besondere, wenn das Helium in der Gasfüllung im Überschuß vorhanden ist, stärker ausgeprägt als in der bewegten Linie. Ferner ist bei allen Aufnahmen ein deutliches Intensitätsminimum vorhanden. Es verläuft zwar flacher als bei reinem Wasserstoff, ist aber auch dann noch wahrzunehmen, als in

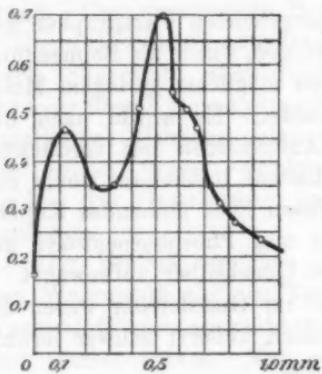


Fig. 11.

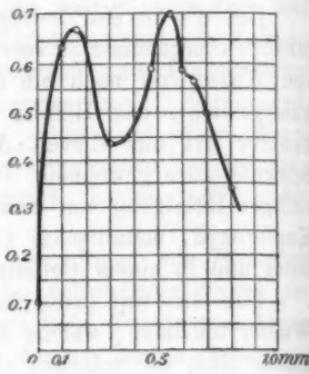


Fig. 12.

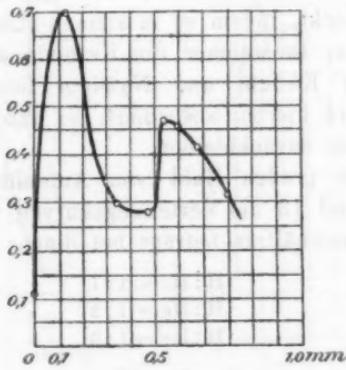


Fig. 13.

der Entladungsrohre etwa 25 mal so viel Volumenteile Helium als Wasserstoff enthalten sind.

Naturgemäß sind auf den Spektrogrammen neben den Wasserstofflinien auch die Linien des zum Wasserstoff hinzugefügten Gases vorhanden. Aber selbst da, wo diese Gase im Vergleich zum Wasserstoff im Überschuß vorhanden sind,

ist an ihren Spektrallinien der Dopplereffekt nicht merklich wahrzunehmen.

§ 8. Einfluß der Kathodenzerstäubung auf den Dopplereffekt.

Schon früher hatte ich beobachtet, daß das Metall der Elektroden von Einfluß auf die Intensität des Dopplereffektes der Kanalstrahlen ist. Nachdem die vorher beschriebenen Versuche gezeigt hatten, daß die Intensitätsverteilung im Dopplereffekt der Wasserstoffkanalstrahlen von der Reinheit des Gases abhängt, erschien es wahrscheinlich, daß die Metallteilchen, welche infolge der Kathodenverstäubung beim Stromdurchgang von der Kathode fortgeschleudert werden, das Aussehen des Dopplereffektes ebenso beeinflussen würden, wie ein zum Wasserstoff hinzugefügtes fremdes Gas. Um dies näher zu untersuchen, wurden Entladungsröhren hergestellt, deren Kathoden aus Metallen bestanden, welche unter dem Einfluß der Entladung verschieden stark zerstäuben. Zur Verwendung kamen Aluminium, Magnesium, Eisen, Platin, Kupfer, Silber und ferner Kohle. Dabei zeigt es sich, daß die durch die Zerstäubung der Elektroden in der Röhre besonders vor der Kathode vorhandenen Metallteilchen auf den Dopplereffekt der Spektrallinien die gleiche Wirkung ausüben, wie Verunreinigungen des Wasserstoffs durch fremde Gase.

Bei den Metallen, welche nur wenig zerstäuben, wie Aluminium, Magnesium, Eisen und bei Kohle, erhält man den Dopplereffekt ohne besondere Schwierigkeiten, selbst wenn auf die Reinheit des Wasserstoffs nicht allzu großes Gewicht gelegt worden ist. Verwendet man indessen als Kathode ein leicht zerstäubendes Metall wie etwa Kupfer oder Silber, so erhält man selbst bei sehr reiner Gasfüllung kaum eine Spur von verschobener Linie. Vor diesen Aufnahmen waren die Röhren durch starkes Erwärmern und Stromdurchgang von fremden Gasen möglichst befreit worden. Nach ungefähr einer Stunde wurde mit der Aufnahme begonnen, und während derselben die Röhre häufig leer gepumpt und reiner Wasserstoff aus dem Behälter zugelassen. Die Spektrogramme, welche nach einstündiger Expositionszeit erhalten wurden, zeigen nur die Wasserstofflinien; auch Metalllinien von der Zerstäubung herrührend, waren im Kanalstrahlenraum kaum wahrzunehmen.

Nach meinen Versuchen wird die Zerstäubung der Elektroden mit der Zeit geringer. In einer Röhre, deren Kathode aus Silber bestand, hatte sich schon nach einer Stunde ein dichter, undurchsichtiger Beschlag an der Glaswand festgesetzt. Nachdem die Röhre 3 Stunden im Betrieb war, wurde sie von der Pumpe abgenommen, und der Beschlag in verdünnter Salpetersäure abgelöst. Die Röhre wurde darauf mit Wasser ausgespült, getrocknet und sofort wieder an die Pumpe angeschlossen. Nachdem die Röhre wieder 3 Stunden bei derselben Stromstärke und Spannung im Gebrauch gewesen war, war die Zerstäubung so gering geworden, daß der Beschlag im blauvioletten Licht noch durchsichtig war.

Während des Stromdurchgangs wurden Spektrogramme aufgenommen. Die Aufnahmen zeigen, daß in demselben Maße,

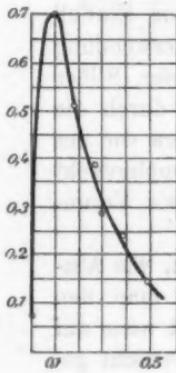


Fig. 14.

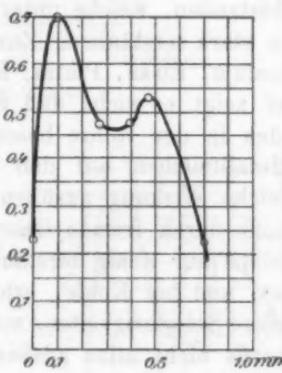


Fig. 15.

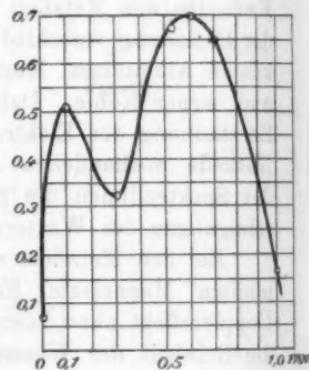


Fig. 16.

wie die Zerstäubung geringer wird, die bewegte Linie und das Intensitätsminimum wieder mehr hervortreten. In den Figg. 14, 15 und 16 sind die Intensitätsverteilungen von H_{γ} wieder gegeben, nachdem der Strom 2, 3 und 5 Stunden durch die Röhre gegangen war. Die Zerstäubung wirkt also auf das Aussehen des Dopplereffektes des Wasserstoffspektrums wie ein fremdes Gas. Nachdem die Röhre 6 Stunden im Gebrauch war, unterschieden sich die Aufnahmen nur noch wenig von denen, welche mit Aluminiumelektroden erhalten wurden. Die

gleichen Erscheinungen wurden bei anderen stark zerstäubenden Kathoden gefunden.

Auf der Wirkung der Kathodenzerstäubung dürfte es auch beruhen, daß der Dopplereffekt vor der Kathode schwerer zu erhalten ist, als hinter der Kathode.¹⁾ Auch dürfte hierdurch die Tatsache ihre Erklärung finden, daß in einatomigen Gasen, in denen das Kathodenmetall stark zerstäubt, das Auftreten des Dopplereffektes bei den Kanalstrahlen schwer zu beobachten ist, und daß die ruhende Linie bei weitem intensiver hervortritt als die bewegte Linie.

§ 9. Die Intensität der Spektrallinien in der Entladungsrohre.

Das Licht der Kanalstrahlen unterscheidet sich bekanntlich in seiner Farbe wesentlich von dem negativen Glimmlicht, indem die einzelnen Spektrallinien des Gases in beiden Teilen der Röhre verschieden starke Intensitäten besitzen. Sehr gut ist der Unterschied der Färbung beim Helium wahrzunehmen. Im negativen Glimmlicht ist besonders die grüne Heliumlinie vorhanden und verleiht der negativen Lichtsäule die charakteristische grüne Farbe. Im Kanalstrahlenlicht tritt sie gegen die anderen Linien des Heliums stark zurück, so daß die Gesamtfarbe der Heliumkanalstrahlen eine gelblich rote ist. Bei Gasgemischen zeigen die Intensitäten der einzelnen Spektrallinien vor und hinter der Kathode ebenfalls charakteristische Unterschiede.

Bei Mischungen von Wasserstoff mit anderen Gasen wie Helium, Stickstoff, Argon, Quecksilber usw. treten die Wasserstofflinien besonders stark im Spektrum der Kanalstrahlen auf, während die Linien des anderen Gases hauptsächlich im negativen Glimmlicht vorhanden sind. Aber auch im Kanalstrahlensbündel ist das Verhältnis der Intensitäten der einzelnen Spektrallinien zueinander in verschiedener Entfernung von der Kathode kein konstantes.

Unmittelbar hinter der Kathode sind neben den Wasserstofflinien auch die Linien des anderen Gases, wenn auch

1) Vgl. B. Strasser u. M. Wien, Phys. Zeitschr. 7. p. 744. 1906; F. Paschen, Physik. Zeitschr. 7. p. 924. 1906; Trowbridge, Phil. Mag. 14. p. 520. 1909.

schwächer als im negativen Glimmlicht wahrzunehmen. Im weiteren Verlauf der Strahlen treten jedoch diese Linien immer mehr zurück gegen die Wasserstofflinien, so daß in Abständen von 20—30 cm von der Kathode fast nur das Wasserstoffspektrum sichtbar ist.

Ähnliches beobachteten Stark und Herrmann¹⁾ bei einem Gemisch von Wasserstoff und Quecksilberkanalstrahlen. „Die zentrale Achse des Strahlensbündels zeigte überwiegend die rötliche Farbe der Wasserstoffstrahlen, der Mantel des Bündels die weiße Farbe der Quecksilberstrahlen; die weiße Farbe war im Vergleich zu der rötlichen um so schwächer, je weiter der beobachtete Querschnitt des Strahlensbündels von der Kathode entfernt war.“

Als Erklärung für diese Erscheinung geben Stark und Herrmann an, „daß die verschiedenen Strahlen des Kanalstrahlensbündels in derselben Gasatmosphäre eine verschieden starke Absorption oder Zerstreuung erfahren“.

Quantitative Messungen über Intensität der Spektrallinien in der positiven und negativen Lichtsäule habe ich bei einem Gemisch von Wasserstoff und Helium ausgeführt. Die Gasfüllung bestand aus vier Volumenteilen Helium und einem Volumenteil Wasserstoff.

Die Entladungsrohre, deren Länge 35 cm betrug, wurde parallel zu dem 5 cm langen Spalt des Spektralapparates gestellt und ein verkleinertes Bild von ihr auf den Spalt des Apparates entworfen. Man erhält auf diese Weise das Licht der einzelnen Teile der Röhre gesondert auf der photographischen Platte und kann so die Intensitäten der Spektrallinien längs der ganzen Entladungsrohre feststellen.

In der Fig. 17 ist die Aufnahme wiedergegeben. *a* ist die grüne Heliumlinie ($\lambda = 501 \mu\mu$), *c* die violette ($\lambda = 447 \mu\mu$), *b* und *d* sind die blaue ($\lambda = 486 \mu\mu$) und die violette ($\lambda = 434 \mu\mu$) Wasserstofflinie.

Damit die blauen und violetten Teile des Spektrums gegenüber dem grünen Teil ungefähr gleich stark exponiert auf der Platte erscheinen, wurde das blaue und violette Licht durch

1) J. Stark u. W. Herrmann, Phys. Zeitschr. 7. p. 92. 1906.

Vorschalten einer Gelbscheibe vor das Objektiv der Kamera in der photographischen Wirksamkeit geschwächt.

Das negative Glimmlicht erstreckt sich von *A* bis *B*, das Kanalstrahlenlicht von *B* bis *C*.

Man erkennt, daß die Intensität der grünen Heliumlinie *a* unmittelbar hinter der Kathode plötzlich stark abnimmt, während die violette Heliumlinie vor und dicht hinter der Kathode gleich intensiv vorhanden ist. Da die Intensitäten der lichtstarken roten ($\lambda = 668 \mu\mu$) und gelben ($\lambda = 587 \mu\mu$) Heliumlinien photographisch nur schwer bestimmt werden konnten, wurden sie nach einer anderen Methode subjektiv festgestellt, worüber weiter unten mitgeteilt wird.

Die Schwärzungen der Linien auf dem Negativ abzüglich der Schwärzung, welche die Platte an sich besitzt, sind in der Tabelle wiedergegeben.

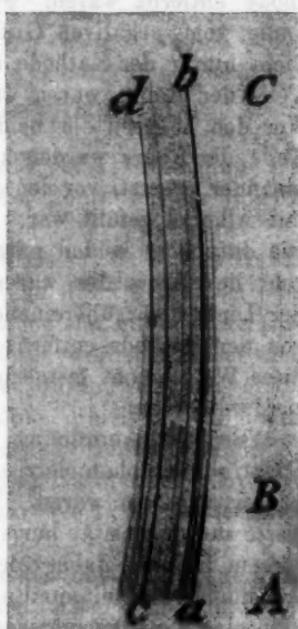


Fig. 17.

Tabelle 1.

Linien	grüne He	blaue H	viol. He	viol. H
Vor der Kathode	$S = 0,58$	0,16	0,38	0,06
Hinter der Kathode	$S = 0,04$	0,79	0,39	0,50
20 cm hinter der Kath.	$S = 0,02$	0,58	0,16	0,30

Man ersieht, daß im negativen Glimmlicht die Heliumlinien, im Kanalstrahlenlicht und insbesondere am Ende des Kanalstrahlenbündels die Wasserstofflinien vorherrschen.

Die Photometrierung der roten und der gelben Heliumlinie geschah in der folgenden Weise. Von der vertikal aufgestellten Röhre wurde ein Bild auf den Spalt des Spektralapparates entworfen. Es wurden die Intensitäten einer Linie

miteinander verglichen, welche von Stellen des Kanalstrahlenbündels herrührten, die 1—3 cm und 5—7 cm von der Kathode entfernt waren. Ferner wurden die Intensitäten der Linie vom negativen Glimmlicht und vom Kanalstrahlenlicht dicht hinter der Kathode miteinander verglichen. Die übrigen Teile der Röhre waren durch schwarzes Papier abgeblendet. Vor den helleren der beiden photometrisch zu vergleichenden Teile der Röhre wurden zwei große Nicolsche Prismen hintereinander gesetzt, vor den dunkleren Teil ein Glasgefäß, welches mit Alkohol gefüllt war. Hierdurch wurde ebensoviel Licht wie durch die beiden parallelen Nicols absorbiert. Im Fernrohr des Apparates waren beide zu photometrierenden Teile der Linie dicht übereinander sichtbar. Weiter als etwa 8 cm von der Kathode entfernt konnte die Intensität der Linie auf diese Weise nicht festgestellt werden, da sie zur Beobachtung zu dunkel war.

Bei der Anordnung war es nicht möglich, Stellen der Spektrallinien photometrisch miteinander zu vergleichen, welche kürzer als 2 cm waren. Es kann sich daher nur um Mittelwerte der Intensität längs dieser Strecken handeln. Die Messungen besitzen daher nicht denselben Grad der Genauigkeit, wie die vorher mitgeteilten Intensitätsmessungen, geben aber immerhin die Intensitätsverteilung der beiden Linien im Kanalstrahlenlicht und negativen Glimmlicht befriedigend wieder.

Die Beobachtung geschah in der Weise, daß das eine der beiden Nicolschen Prismen um einen Winkel aus der parallelen Stellung herausgedreht wurde, bis die beiden zu vergleichenden Teile der Spektrallinie gleich hell erschienen. Bedeuten J die Lichtintensität des durch die *parallelen* Prismen hindurch gegangenen Lichtes, so beträgt dieselbe nach Drehung des einen Prismas um den Winkel φ :

$$J_2 = J_1 \cos^2 \varphi.$$

Die Intensitäten der beiden Teile der Spektrallinie verhalten sich mithin wie

$$\frac{J_1}{J_2} = \frac{1}{\cos^2 \varphi}.$$

Setzt man die Intensität der Linien im negativen Glimmlicht gleich 1, so ergeben sich folgende Werte:

Tabelle 2.

Linien	rote He	gelbe He
Negatives Glimmlicht	1	1
1—3 cm hinter der Kathode	0,08	0,95
5—7 cm „ „ „	sehr schwach	0,54

Die Messungen ergeben, daß die gelbe Heliumlinie sich in ihrer Intensitätsverteilung längs der Röhre wie die violette, die rote wie die grüne verhalten.

Auf das leichte Auftreten des Wasserstoffs in den Kanalstrahlen ist schon von W. Wien¹⁾ und J. J. Thomson²⁾ bei der Bestimmung der spezifischen Ladung e/m durch elektrische und magnetische Ablenkung hingewiesen worden. Selbst wenn die größte Vorsicht darauf verwendet wurde, den Wasserstoff aus der Entladungsrohre fern zu halten, erhielten sie bei Verwendung anderer Gase, wie Sauerstoff, Helium, Argon als Gasfüllung, insbesondere bei niedrigen Gasdrucken sehr viele Strahlen, für welche $e/m = 10^4$ dem Wert des Wasserstoffatoms entspricht.

Bekanntlich hat Thomson daraus den Schluß gezogen, daß alle Gase bei niedrigen Drucken unter dem Einfluß der elektrischen Entladung positive Teilchen abgeben, deren Massen mit denen des Wasserstoffatoms vergleichbar sind. Wenn auch dieser Schluß im Hinblick auf ähnliche Vorgänge bei den positiven Strahlen radioaktiver Substanzen durchaus nicht unwahrscheinlich ist, so könnten doch nach den oben mitgeteilten Messungen sehr geringe Spuren von Wasserstoff, welche als Verunreinigung in der Röhre noch vorhanden sind, das Auftreten des Wertes $e/m = 10^4$ erklären.

§ 10. Beschleunigung und Verzögerung der Kanalstrahlen.

W. Wien³⁾ hat gezeigt, daß die Kanalstrahlen durch elektrische Kräfte ebenso wie die Kathodenstrahlen beschleunigt oder verzögert werden können. Bei seiner Versuchs-

1) W. Wien, Ann. d. Phys. 8. p. 265. 1902.

2) J. J. Thomson, Phil. Mag. 13. p. 561. 1907.

3) W. Wien, Ann. d. Phys. 8. p. 260. 1902.

anordnung stand der durchbohrten Kathode in einem Abstand von 1 mm ein Metallzylinder gegenüber, dessen Boden zum Durchtritt der Kanalstrahlen ebenfalls eine Durchbohrung hatte.

Um die Kanalstrahlen in ihrer Geschwindigkeit zu ändern, konnte der Metallzylinder auf ein hohes positives oder negatives Potential geladen werden. Wien beobachtete, daß der von den Kanalstrahlen erzeugte Fluoreszenzfleck merklich heller wurde, wenn der Metallzylinder auf ein hohes negatives Potential geladen wurde, hingegen bei positiver Ladung dunkler wurde. Weitere Mitteilungen werden von Wien hierüber nicht gemacht.

Da in dem Auftreten des Dopplereffektes bei den Kanalstrahlen ein Mittel gegeben ist, die Geschwindigkeit der Strahlen festzustellen, erschien es von Interesse, das Verhalten der Kanalstrahlen in einem elektrischen Felde bei ihrem Verlauf in Richtung der Kraftlinien des Feldes zu untersuchen.

Die Versuchsanordnung war eine ähnliche wie bei W. Wien.

Der Kathode K (Fig. 18) gegenüber befindet sich in einem Abstand von 2 mm die Elektrode E , welche zum Durchtritt der Kanalstrahlen ebenfalls mit vielen Löchern versehen ist. Sie wird von einer kurzen Metallröhre parallel zu der Kathode gehalten und kann durch den nach



Fig. 18.

außen führenden Draht d auf ein positives oder negatives Potential geladen werden. Der Strom in der Röhre wird durch die Influenzmaschine erzeugt, während das Aufladen von E durch den Hochspannungsdynamo erfolgt. Die Spannung zwischen Anode und Kathode muß stets größer sein, als zwischen der Kathode und der Platte E , damit nicht zwischen den letzteren Entladungen stattfinden können.

Die Versuche über die Beschleunigung und Verzögerung der Kanalstrahlen wurden folgendermaßen ausgeführt. Zuerst wurde bei einer bestimmten Spannung und Stromstärke zum Vergleich ohne Aufladung von E der Dopplereffekt photographiert. Darauf wurde die beschleunigende oder verzögernde Spannung an E gelegt, und die Aufnahme bei derselben Be-

triebsspannung und Stromstärke wiederholt. Die photographische Platte war dabei etwa 1 cm seitlich verschoben worden, so daß beide Aufnahmen nebeneinander auf der Platte erhalten wurden.

Bedeuten λ_r die Wellenlänge der ruhenden Linie, λ_b die der nach dem violetten Ende des Spektrums verschobenen Linie, ist ferner c die Lichtgeschwindigkeit, so erhält man für die Geschwindigkeit der Kanalstrahlen

$$v = \frac{\lambda_r - \lambda_b}{\lambda_r} \cdot c .$$

Von einer größeren Zahl von Aufnahmen sind in der folgenden Tabelle die Ergebnisse von drei Aufnahmen mitgeteilt.

Tabelle 3.

Potential-differenz im Entlad.-Rohr in Volt	Geschwindigkeit ohne Feld in cm/sec	Poten-tial von E in Volt	Geschwindigkeit mit Feld in cm/sec	Geschwindig- keitszunahme in cm/sec
4000	2,0 bis $6,3 \cdot 10^7$	-2000	3,3 bis $8,8 \cdot 10^7$	1,3 bis $2,5 \cdot 10^7$
4000	1,9 „ $6,5 \cdot 10^7$	-2600	2,3 „ $9,5 \cdot 10^7$	0,4 „ $3,0^7$
4000	2,1 „ $6,5 \cdot 10^7$	+1800	1,8 „ $4,6 \cdot 10^7$	0,3 „ $1,9^7$

In der zweiten und vierten Vertikalreihe sind die Minimal- und Maximalgeschwindigkeiten angegeben, wie sie sich aus dem Abstand der beiden Ränder der verschobenen Linie von der Mitte der ruhenden Linie ergeben. Da die Ränder der verschobenen Linie nicht scharf begrenzt sind, so können die für die Geschwindigkeiten sich ergebenden Größen nur Näherungswerte sein. Die letzte Reihe der Tabelle enthält die durch das Feld bewirkte Geschwindigkeitszunahme.

Aus der Tabelle ersieht man, daß den positiven Teilchen der Kanalstrahlen durch elektrostatische Kräfte eine Beschleunigung oder Verzögerung erteilt werden kann. Die Erscheinungen hierbei sind indessen nicht so einfach, wie bei den Kathodenstrahlen, da in dem Kanalstrahlbündel nicht eine einzige, sondern verschiedene Geschwindigkeiten vorhanden sind. Da ferner nach den schon vorher mitgeteilten Untersuchungen von W. Wien die Kanalstrahlenteilchen auf ihrem

Wege verschieden lange im geladenen Zustande bleiben und immer wieder sich laden und entladen, wird naturgemäß das elektrische Feld nur auf diejenigen Teile eine beschleunigende Wirkung ausüben können, welche sich in einem geladenen Zustand befinden. Nimmt man an, daß diejenigen Kanalstrahlenteilchen, welche ohne beschleunigendes Feld die maximale Geschwindigkeit (v_1) besitzen, auch nach der Beschleunigung die größte Geschwindigkeit (v_2) im Strahlenbündel haben, und daß sie ferner auf ihrem Wege das ganze beschleunigende Feld im positiv geladenen Zustand durchlaufen haben, so kann man setzen:

$$\frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2) = e V,$$

worin V die Potentialdifferenz zwischen der Kathode und der beschleunigenden Elektrode E bedeutet. Die Formel gilt ferner nur unter der Voraussetzung, daß die ganze Änderung der kinetischen Energie der Wirkung des elektrischen Feldes zuschreiben ist.

Da v_1 , v_2 und V experimentell festgestellt sind, so findet man für

$$\frac{e}{m} = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2 V}.$$

Aus den drei Spektrogrammen erhält man:

v_1	v_2	V	e/m
$6,8 \cdot 10^7$ cm/sec	$8,8 \cdot 10^7$ cm/sec	- 2000	9250
$6,5 \cdot 10^7$ "	$9,5 \cdot 10^7$ "	- 2600	9800
$6,5 \cdot 10^7$ "	$4,81 \cdot 10^7$ "	+ 1500	7000

Der Wert e/m für Wasserstoff, wie er sich aus den Messungen der elektrolytischen Abscheidung ergibt, ist 9560. Hiermit stimmen die beiden ersten Werte gut überein, während der Wert, welcher sich aus der Verzögerung berechnet, wesentlich kleiner ausfällt. Auch bei fast allen anderen Spektrogrammen, welche mit einem beschleunigenden Felde aufgenommen wurden, ergaben sich Werte von e/m , welche kleiner als 9560 waren. Die durch das elektrische Feld hervorgerufene Beschleunigung hat also nicht die Größe, welche der elektrischen Energie entsprechen würde. Bei einzelnen Aufnahmen ist eine Ge-

schwindigkeitszunahme durch das elektrische Feld überhaupt kaum wahrzunehmen, obwohl die durch die Kanalstrahlen hervorgerufene Fluoreszenz des Glases bei Anlegen des Feldes heller war als ohne Feld. Das trat besonders bei denjenigen Aufnahmen ein, bei welchen auf die Reinheit des Wasserstoffes nicht das größte Gewicht gelegt worden war. Man muß aus den Ergebnissen den Schluß ziehen, daß die Kanalstrahlenteilchen, welche durch das elektrische Feld keine Beschleunigung erfahren, das Feld im ungeladenen Zustand durchlaufen und daß ferner die Wasserstoffteilchen desto länger im positiv geladenen Zustand bleiben, je reiner der Wasserstoff ist, je weniger also die bewegten Wasserstoffatome mit schweren Molekülen oder Atomen zusammenstoßen.

Ähnliche Schwankungen in der Größe e/m bei Kanalstrahlen haben auch W. Wien¹⁾ und F. Paschen²⁾ beobachtet. Wien ermittelte e/m für Wasserstoff durch elektrostatische und magnetische Ablenkung der Strahlen. Er erhielt meist Werte, welche kleiner als 9560 waren, doch konnte er in einigen Fällen eine obere Grenze entsprechend einem Werte $e/m = 10000$ feststellen. Paschen bestimmte e/m für Wasserstoff aus der Größe des Kathodenfalles, indem er annimmt, daß die Kanalstrahlenteilchen den ganzen Kathodenfall positiv geladen durchlaufen. Die von ihm gefundenen Werte sind beträchtlich kleiner als 9500; der höchste beobachtete Wert beträgt bei ihm 7800.

§ 11. Das Auftreten des Dopplereffektes in der ersten Kathodenschicht.

Die Kanalstrahlenteilchen erhalten durch das elektrische Feld vor der Kathode ihre Geschwindigkeit. Unmittelbar hinter der Kathode beobachtet man in dem Strahlenbündel sehr verschiedene Geschwindigkeiten. Die Ursache hierfür kann erstens darin liegen, daß die Ionisierung sich in verschiedener Entfernung vor der Kathode vollzieht, die Teilchen demnach verschieden große Spannungsdifferenzen bis zu der Kathode zu durchlaufen haben.

1) W. Wien, Ann. d. Phys. 8. p. 244. 1902.

2) F. Paschen, Ann. d. Phys. 23. p. 247. 1907.

Zweitens kann man annehmen, daß zwar der größte Teil der Kanalstrahlen schon am Anfang der ersten Kathodenschicht entsteht und den *ganzen* Kathodenfall durchläuft. Nach Zurücklegen einer gewissen Strecke werden sich die Teilchen schon neutralisieren und von da ab nicht mehr der beschleunigenden Kraft des Feldes unterworfen sein.

Vermutlich werden sich die Vorgänge vor der Kathode nach beiden der eben angeführten Vorstellungen abspielen.

Um die im vorstehenden angestellten Überlegungen zu prüfen, wurde die Geschwindigkeit der Kanalstrahlenteilchen der ersten Kathodenschicht in verschiedener Entfernung von der Kathode durch die Beobachtung des Dopplereffektes festgestellt.

Die Beobachtungen geschahen in folgender Weise (Fig. 19). Die Röhrenachse war gegen das Spaltrohr des Spektrographen

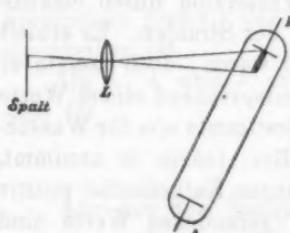


Fig. 19.

$50-60^\circ$ geneigt. Von der ersten Kathodenschicht wurde durch eine Linse ein Bild auf den Spalt entworfen. Man erhält so das Licht, welches von verschiedenen Querschnitten der Kathodenschicht ausgeht, getrennt auf der photographischen Platte. Das Kathodengefälle bei den Aufnahmen betrug 5000 bis 7000 Volt, und wurde bei den

einzelnen Aufnahmen konstant gehalten. Damit von den Kanalstrahlen hinter der Kathode kein Licht in den Spalt gelangt, war die Kathode nicht durchlöchert. Die Aufnahmen ergeben, daß zu Beginn der Kathodenschicht im wesentlichen nur eine Geschwindigkeit der Kanalstrahlen vorhanden ist, und daß bei Annäherung an die Kathode immer größere Geschwindigkeiten hinzutreten. Das Intensitätsminimum ist von Anfang an vorhanden. Das Vorhandensein des Intensitätsminimums spricht für die Richtigkeit der auf p. 901 angeführten Hypothese, daß zur *Erregung* des Leuchtens der Kanalstrahlen die Geschwindigkeit derselben eine untere Grenze überschritten haben muß.

Auffallend ist es, daß der Dopplerstreif in der ersten Kathodenschicht bedeutend lichtschwächer ist als in dem Licht hinter der Kathode.

Besonders gut und zum Vergleich geeignet ist das auf denjenigen Aufnahmen zu erkennen, welche bei Verwendung eines langen Spaltes des Spektrographen erhalten wurden, so daß auf den Spalt Licht sowohl von der ersten Kathoden-schicht als auch von den eigentlichen Kanalstrahlen fiel. Die Kathode war bei diesen Aufnahmen natürlich durchlöchert. Das Verhältnis der Schwärzung der bewegten zur ruhenden Linie betrug bei einer Aufnahme vor der Kathode nur 0,55, während es unmittelbar hinter der Kathode sich als 2,5 ergab.

Das stärkere Leuchten der bewegten Teilchen hinter der Kathode kann durch die Hypothese von M. Wien und B. Strasser¹⁾ ihre Erklärung finden, daß beim Passieren des Kanalstrahlenteilchens seine negativen Elektronen einen Ruck erhalten, wodurch die Lichtemission verstärkt wird.²⁾

Zusammenfassung.

Die Intensität der ruhenden und der bewegten Linie im Dopplereffekt der Wasserstoffkanalstrahlen erweist sich als abhängig von der Reinheit des Gases. Je reiner der Wasser-stoff ist, desto mehr tritt die ruhende Linie gegen die bewegte zurück, so daß bei sehr reinem Gase im wesentlichen nur die bewegte Linie zu beobachten ist.

Fügt man dem Wasserstoff bestimmte Mengen eines anderen Gases hinzu, so nimmt mit der Menge des verunreinigenden Gases die Intensität der ruhenden Linie zu, während gleichzeitig die Intensität der bewegten Linie abnimmt. Bei sehr starker Verunreinigung des Wasserstoffs ist das Intensitätsminimum nicht mehr wahrnehmbar, die bewegte Linie schließt sich unmittelbar an die ruhende an.

Die dem Wasserstoff hinzugefügten Gase mit großem Atomgewicht üben bei gleichen Volumenteilen eine stärkere Wirkung auf die Intensitätsverteilung der ruhenden und be-wegten Linie aus als die Gase mit kleinem Atomgewicht.

Den gleichen Einfluß wie fremde mit dem Wasserstoff ver-mischte Gase üben auf das Auftreten des Dopplereffektes auch die Metallteilchen aus, welche durch das Zerstäuben der

1) B. Strasser u. M. Wien, Physik. Zeitschr. 7. p. 746. 1906.

2) Vgl. F. Paschen, Physik. Zeitschr. 7. p. 924. 1906.

Elektroden in der Röhre besonders vor der Kathode vorhanden sind. In dem Maße, wie die Zerstäubung der Kathode mit der Zeit geringer wird, treten die bewegte Linie und das Intensitätsminimum wieder mehr hervor.

Im Spektrum der Kanalstrahlen sind unmittelbar hinter der Kathode die Linien des Wasserstoffs und des Mischgases vorhanden. Im weiteren Verlauf der Kanalstrahlen treten die Linien des Mischgases immer mehr gegen die Wasserstofflinien zurück, so daß in einer Entfernung von 25 cm von der Kathode fast nur noch das Wasserstoffspektrum sichtbar ist.

Die durch ein elektrisches Feld bewirkte Geschwindigkeitsänderung der Kanalstrahlen kann durch die Beobachtung des Dopplereffektes der Spektrallinien festgestellt werden.

Für die spezifische Ladung e/m der Wasserstoffkanalstrahlen, welche sich aus der Größe der Änderung der Geschwindigkeit ermitteln läßt, wurde der obere Grenzwert $e/m = 10^4$ festgestellt.

Im Anfang der ersten Kathodenschicht ist im wesentlichen nur eine Geschwindigkeit der Kanalstrahlen vorhanden; bei Annäherung an die Kathode treten immer größere Geschwindigkeiten hinzu. Der Dopplerstreif in der ersten Kathodenschicht ist bedeutend lichtschwächer als in dem Licht hinter der Kathode.

(Eingegangen 17. Januar 1910.)

**3. Zur Kinematik
des starren Körpers in der Relativtheorie¹⁾;
von Fritz Noether.**

**§ 1. Die Bornsche Differentialbedingung und die Translationen
des starren Körpers.**

Die Definition eines starren Körpers in der Newtonschen Mechanik beruht auf dem Grundprinzip, daß die Gleichzeitigkeit zweier Ereignisse eine durch gleichförmige Translation des Bezugssystems unzerstörbare Eigenschaft ist, und betrachtet dementsprechend einen Körper als starr, wenn je zwei seiner Punkte ihre bei gleicher Zeit gemessene Entfernung zeitlich nicht verändern. Diese Forderung ist aber nicht der von Lorentz, Einstein und Minkowski im Anschluß an die Entwicklung der Elektrodynamik begründeten Relativtheorie angepaßt, in der die Invarianz der Naturgesetze gegenüber denjenigen linearen Transformationen der Raum- und Zeitkoordinaten postuliert wird, die die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum unverändert lassen (Lorentztransformationen).

Deshalb hat Hr. M. Born²⁾ eine neue Definition für die Bewegung eines als starr zu bezeichnenden Körpers aufzustellen versucht, die die Forderung der Invarianz gegenüber Lorentztransformationen erfüllt. Nach der Relativtheorie hat bekanntlich nur die Gestalt eines (gleichförmig bewegten) Körpers Bedeutung, wie sie von einem relativ zum Körper in Ruhe befindlichen Koordinatensystem aus erscheint, die „Ruhgestalt“ des Körpers, von einem anderen Bezugssystem aus gesehen hängt sie von der relativen Bewegung gegen dieses System

1) Die vorliegende Arbeit ist unabhängig von der von Herglotz über das gleiche Thema (Ann. d. Phys. 31. p. 393. 1910), von deren Drucklegung ich erst während der letzten Ausarbeitung des Manuskriptes erfuhr.

2) M. Born, Ann. d. Phys. 30. p. 1. 1909 u. Physik. Zeitschr. 10. p. 814. 1909.

ab. Entsprechend muß bei quasistationärer Bewegung die von einem ruhenden System aus erscheinende Gestalt, der augenblicklichen Geschwindigkeit entsprechend, sich verändern. Die Bornsche Definition dehnt nun die Anschauungen der Relativtheorie auf beschleunigte Bewegungen aus, indem sie einen beliebigen Körper als starr bezeichnet, wenn jedes seiner Volumelemente, von einem festen System aus gesehen, immer unabhängig von seiner Beschleunigung den seiner augenblicklichen Geschwindigkeit entsprechenden Deformationszustand zeigt. Präziser gefaßt: Bei der Bewegung des starren Körpers soll die „Ruhgestalt“ der infinitesimalen Umgebung eines beliebigen Punktes dauernd unverändert bleiben.

Die Definition ist zunächst der Translation eines Körpers angepaßt, da eben nur für quasistationäre *Translationen* das Relativprinzip etwas aussagen kann und die Definition eine Erweiterung dieser Bewegungen zu beschleunigten Bewegungen fordert. Für den Fall der geradlinigen Translation, wenn also alle Weltlinien parallel einer festen Ebene des x, y, z, t -Raumes verlaufen, hat Hr. Born die angeführte Differentialbedingung der Starrheit integriert, und gelangt so zu der Fassung, die als endliche Bedingung der Starrheit für geradlinige Translation zu bezeichnen ist:¹⁾

Die Bewegung eines Punktsystems ist die geradlinige Translation eines starren Körpers, wenn in einem mitgeführten Lorentzkoordinatensystem, in dem ein Punkt des Körpers ruht, zugleich alle seine Punkte sich in Ruhe befinden. Die Ruhgestalt des Körpers, in diesem System gemessen, bleibt dabei dauernd unverändert. Ersichtlich ist in dieser Fassung die Starrheitsdefinition fast wörtlich mit der der alten Kinematik identisch, und wie dort hat die Bewegung die Eigenschaft, daß durch die Vorgabe der Bewegung eines Punktes die des ganzen Körpers bestimmt ist, daß also die allgemeine Darstellung nur *eine* willkürliche Funktion enthält.

Bei Vorgabe beliebiger *krummliniger Bewegung* eines der Systempunkte kann offenbar diese Formulierung unmittelbar übertragen werden: *Eine Bewegung ist die Translation eines starren Körpers, wenn die Lorentztransformation, die einen seiner*

1) l. c. p. 24.

Punkte zur Ruhe transformiert, zugleich alle Punkte des Körpers auf Ruhe transformiert.

Das Weltlinienbild dieser Bewegung ist so zu beschreiben: Die Weltlinien bilden die Orthogonaltrajektorien¹⁾ eines einfach unendlichen Systems linearer Räume, eben der x' , y' , z' -Räume der aufeinanderfolgenden Ruhkoordinatensysteme der Bewegung. Ein solches Bild ist durch die Vorgabe einer der Weltlinien völlig bestimmt, enthält also im allgemeinen Falle räumlicher Bewegung drei willkürliche Funktionen, wie die Translation der Newtonschen Kinematik und analog zu dieser sind die Räume gleicher Weltlinienrichtung eben diese x' , y' , z' -Räume der aufeinanderfolgenden Ruhssysteme. Es bleibt aber auch die Ruhgestalt des Körpers, die in diesem System gemessene Gestalt, unverändert. Denn da die Weltlinien auf diesen Räumen orthogonal stehen, so kann die augenblickliche Bewegung als eine infinitesimale Drehung um die Schnittebene zweier benachbarter Räume aufgefaßt werden, unter Drehung natürlich eine solche lineare Transformation des x , y , z , t -Raumes verstanden, die die vierdimensionale Entfernung zweier Punkte, also die Größe:

$$r_{12}^2 = (x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 + (z_1 - z_2)^2 - c^2(t_1 - t_2)^2$$

unverändert läßt. Bei dieser Drehung wird aber der erste Raum kongruent in den benachbarten übergeführt, die Ruhgestalt bleibt in der Tat invariant. Durch Spezialisierung folgt, daß die Bornsche Bedingung, die die Invarianz der infinitesimalen Ruhgestalt fordert, bei den so definierten Translationen erfüllt ist.

Es zeigt sich also, daß die den Differentialbedingungen genügenden Translationen in äußerst einfacher Weise durch endliche Bedingungen definiert werden können. Die Frage nach den allgemeinsten Lösungen der Differentialbedingungen, die Hr. Born noch offen gelassen hat, also nach den Lösungen, die Translationen und Rotationen umfassen, wird zur Ent-

1) Als „orthogonal“ sind im folgenden immer im Sinne Minkowskis (Phya. Zeitschr. 10. p. 104 und Jahresber. d. deutschen Math. Ver. 18.) zwei Vektoren aufzufassen, die die Bedingung:

$$x_1 x_2 + y_1 y_2 + z_1 z_2 - c^2 t_1 t_2 = 0$$

erfüllen.

scheidung über die Tragweite der differentiellen Formulierung wesentlich beitragen. Im folgenden werde ich nun zeigen, daß die beschriebenen *Translationen*, abgesehen von dem als singuläre Lösung zu betrachtenden Falle der gleichförmigen Rotation eben diese gesuchte allgemeinste Lösung darstellen. Irgendwelche beschleunigte Rotationen oder Rotationen um beschleunigt bewegte Punkte sind mit der Bornschen Bedingung nicht verträglich.

§ 2. Die Eulersche Form der Differentialgleichungen für die Bornsche Bedingung.

Die Bewegung des starren Körpers kann, als Strömung in dem x, y, z, t -Raum aufgefaßt, entsprechend den Aufgaben der Hydromechanik durch ein Lagrangesches oder ein Eulersches System von Differentialgleichungen beschrieben werden. Hr. Born hat die erstere Form gewählt, gelangt aber dabei zu einem komplizierten Gleichungssystem. In dem ausgeführten Falle der geradlinigen Translation ist er daher mittels Transformation zur Eulerschen Form übergegangen. Ich werde im folgenden von der Eulerschen Form der Differentialgleichungen ausgehen, also den Geschwindigkeitsvektor als Funktion des Ortes im x, y, z, t -Raume suchen.

Die Koordinaten x, y, z, t beziehen sich auf ein irgendwie gewähltes „ruhendes“ System und es sei τ die „Eigenzeit“, auf jeder Weltlinie von einem beliebigen Anfangspunkt an gemessen. Der Geschwindigkeitsvektor sei, in der Bezeichnung von Hrn. Born:

$$x_\tau = \frac{\partial x}{\partial \tau}, \quad y_\tau = \frac{\partial y}{\partial \tau}, \quad z_\tau = \frac{\partial z}{\partial \tau}, \quad t_\tau = \frac{\partial t}{\partial \tau},$$

so daß die Identität besteht:

$$(1) \quad x_\tau^2 + y_\tau^2 + z_\tau^2 - c^2 t_\tau^2 = -c^2.$$

Ferner sei

$$x_{\tau\tau} = \frac{\partial^2 x}{\partial \tau^2}, \quad y_{\tau\tau} = \frac{\partial^2 y}{\partial \tau^2}, \quad z_{\tau\tau} = \frac{\partial^2 z}{\partial \tau^2}, \quad t_{\tau\tau} = \frac{\partial^2 t}{\partial \tau^2}.$$

Auf einer beliebig ausgewählten Weltlinie I (vgl. Figur) seien die Koordinaten im ruhenden System:

$$\xi, \eta, \delta, t;$$

in einer beliebig vorgegebenen Richtung r und der Entfernung dr liege der Punkt x, y, z, t . x, y, z, t sind sich durch

Zu einer Eigenzeit τ_0 der Weltlinie I schneide der Normalraum in ξ, η, δ, t aus der durch x, y, z, t gehenden Weltlinie II den Punkt

$$x_1, y_1, z_1, t_1$$

mit der von x, y, z, t ab gerechneten Eigenzeit $d\tau_1$ aus, entsprechend schneide zu der auf I gerechneten Eigenzeit $\tau_0 + d\tau_0$, zu der

$$\xi_2, \eta_2, \delta_2, t_2$$

die Koordinaten auf I seien, der durch diesen Punkt gelegte Normalraum den Punkt

$$x_2, y_2, z_2, t_2$$

auf II aus, mit der Eigenzeit $d\tau_2$ von x, y, z, t ab gerechnet. Die Differenz der Eigenzeiten auf II sei

$$d\tau = d\tau_2 - d\tau_1.$$

Dabei ist zu setzen:

$$(2) \quad \begin{cases} x_1 = x + x_r d\tau_1 + \frac{1}{2} x_{rr} d\tau_1^2 \dots, & \xi_2 = \xi + \xi_r d\tau_0 + \frac{1}{2} \xi_{rr} d\tau_0^2 \dots, \\ x_2 = x + x_r d\tau_2 + \frac{1}{2} x_{rr} d\tau_2^2 \dots, & \end{cases}$$

$$\text{ferner: } \xi_r = x_r - \frac{\partial x_r}{\partial r} dr \dots$$

und entsprechend für die anderen drei Koordinaten.

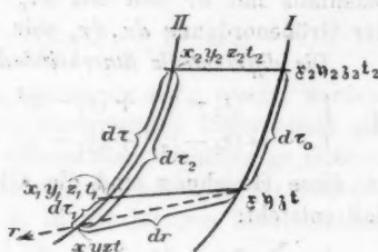
Die Eigenzeit $d\tau_1$ ist aus der Bedingung bestimmt, daß der Punkt x_1, y_1, z_1, t_1 in dem Normalraum im Punkt ξ, η, δ, t liegen soll, also daß

$$(x_1 - \xi) \xi_r + (y_1 - \eta) \eta_r + (z_1 - \delta) \delta_r - c^3 (t_1 - t) t_r = 0$$

sei. Hieraus folgt bei Benutzung von (2) und der Identität (1), wenn die Quadrate von $d\tau_1$ und dr vernachlässigt werden:

$$(3) \quad c^3 d\tau_1 = (x - \xi) \xi_r + (y - \eta) \eta_r + (z - \delta) \delta_r - c^3 (t - t) t_r.$$

$d\tau_1$ ist also von der nämlichen Größenordnung wie dr (vgl. Gleichung (3a), p. 925).



Den Wert der Eigenzeit $d\tau_3$, der in analoger Weise zu berechnen wäre, werden wir nicht benötigen, es genügt zu wissen, daß die Differenz

$$d\tau - d\tau_0 = d\tau_2 - d\tau_1 - d\tau_0$$

jedenfalls mit dr und mit $d\tau_0$ verschwindet und daher von der Größenordnung $dr \cdot d\tau_0$ sein muß.

Die differentielle Starrheitsbedingung ist nun, daß:

$$(4) \quad \left\{ \begin{array}{l} (x_1 - \xi)^2 + (y_1 - \eta)^2 + (z_1 - \delta)^2 - c^2(t_1 - t)^2 \\ = (x_2 - \xi_2)^2 + (y_2 - \eta_2)^2 + (z_2 - \delta_2)^2 - c^2(t_2 - t_1)^2. \end{array} \right.$$

In diese Gleichung sind die Gleichungen (2) einzusetzen, so daß entsteht:

$$(4a) \quad \left\{ \begin{array}{l} \sum(x + x_i d\tau_1 + \frac{1}{2} x_{ii} d\tau_1^2 \dots - \xi)^2 \\ = \sum(x + x_i d\tau_2 + \frac{1}{2} x_{ii} d\tau_2^2 \dots - \xi - \xi_i d\tau_0 - \frac{1}{2} \xi_{ii} d\tau_0^2 \dots)^2. \end{array} \right.$$

Die Zeichen \sum beziehen sich auf die Kombination:

$$x^2 + y^2 + z^2 - c^2 t^2.$$

Unter Berücksichtigung der Identität (1) ergibt sich aus (4a):

$$(4b) \quad \left\{ \begin{array}{l} 2 \sum(x - \xi) x_i d\tau - 2 \sum(x - \xi) \xi_i d\tau_0 \\ + c^2(d\tau_1^2 - d\tau_2^2 - d\tau_0^2) - 2 \sum x_i \xi_i d\tau_2 d\tau_0 \\ + \sum(x - \xi) x_{ii} (d\tau_2^2 - d\tau_1^2) - \sum(x - \xi) \xi_{ii} d\tau_0^2 = 0. \end{array} \right.$$

Es sollen nun mit r_1, r_2, r_3, r_4 die Richtungskomponenten der Richtung r :

$$(x - \xi)/dr, \quad (y - \eta)/dr, \quad (z - \delta)/dr, \quad (t - t)/dr$$

bezeichnet werden, und die Komponente des Geschwindigkeitsvektors x_i, y_i, z_i, t_i im Punkte x, y, z, t nach dieser Richtung mit:

$$r_i = r_1 x_i + r_2 y_i + r_3 z_i - c^2 r_4 t_i,$$

die des Geschwindigkeitsvektors $\xi_i, \eta_i, \delta_i, t_i$ im Punkte ξ, η, δ, t mit:

$$r_i = r_1 \xi_i + r_2 \eta_i + r_3 \delta_i - c^2 r_4 t_i.$$

Entsprechend sei die Komponente des Beschleunigungsvektors nach der festen Richtung r :

$$r_{ii} = dr/d\tau = r_1 x_{ii} + r_2 y_{ii} + r_3 z_{ii} - c^2 r_4 t_{ii},$$

$$r_{ii} = dt/d\tau = r_1 \xi_{ii} + r_2 \eta_{ii} + r_3 \delta_{ii} - c^2 r_4 t_{ii},$$

so daß die Gleichung (4b) übergeht in:

$$(5) \quad \left\{ \begin{array}{l} 2(r_i d\tau - r_i d\tau_0) + r_{ii}(d\tau_2^2 - d\tau_1^2) - r_{ii} d\tau_0^2 \\ \quad + \frac{c^2(d\tau_1^2 - d\tau_2^2 - d\tau_0^2 + 2 d\tau_1 d\tau_0)}{dr} = 0. \end{array} \right.$$

Dabei ist noch berücksichtigt, daß nach (1):

$$x_i \frac{\partial x_i}{\partial r} + y_i \frac{\partial y_i}{\partial r} + z_i \frac{\partial z_i}{\partial r} - c^2 t_i \frac{\partial t_i}{\partial r} = 0.$$

In der Gleichung (5) kann $d\tau_2$ durch $d\tau + d\tau_1$ ersetzt werden. Über die Größenordnung der vorkommenden Differentiale gilt nun, wenn dr und $d\tau_0$ als voneinander unabhängige Größen erster Ordnung betrachtet werden: $d\tau_1$ ist nach (8) von der Ordnung dr und zwar wird (8) in der jetzigen Schreibweise:

$$(3a) \quad c^2 d\tau_1 = r_i dr.$$

Die Differenz $d\tau - d\tau_0$ ist, wie schon früher bemerkt, von der Ordnung $dr \cdot d\tau_0$. Berücksichtigt man dies und behält in der Gleichung (5) nur die Glieder der Ordnung $dr \cdot d\tau_0$ bei, so wird aus (5):

$$(6) \quad r_i dr - r_i d\tau_0 + r_{ii} d\tau d\tau_1 - c^2 \frac{d\tau_1}{dr} (d\tau - d\tau_0) = 0.$$

Bei Benutzung von (3a) kann die Gleichung (6) geschrieben werden:

$$(r_i - r_i) dr + r_i (d\tau - d\tau_0) + r_{ii} r_i dr \frac{dr}{c^2} - r_i (d\tau - d\tau_0) = 0,$$

also folgt endlich durch Übergang zur Grenze $dr = 0, d\tau = 0$:

$$(7) \quad c^2 \frac{\partial r_i}{\partial r} + r_i r_{ii} = 0.$$

Bei der Ableitung war die Richtung r als eine beliebige in dem vierdimensionalen Raum angenommen. Die Gleichung (7) stellt daher in vektorieller Fassung die Eulersche Form der geforderten Differentialbedingungen dar.

Aus dem Differentialsystem (7) kann sofort eine wesentliche Integraleigenschaft gefolgert werden. Handelt es sich nämlich um ein Gebiet regulärer Bewegung, so ist r_{ii} , die Beschleunigungskomponente nach der festen Richtung r , eine überall endliche analytische Funktion. Dann folgt aber aus (7), daß mit r_i auch $\partial r_i / \partial r$ verschwindet, und weiter kann aus einer Gleichung der Form (7):

$$\frac{\partial r_i}{\partial r} + r_i \cdot f = 0,$$

wobei f eine endliche, analytische Funktion bedeutet, durch Potenzentwicklung streng gefolgert werden, daß die Funktion r_s für jeden Wert von r verschwindet, wenn sie an einer beliebigen Stelle im Endlichen Null ist. Da nun r_s die Komponente des Bewegungsvektors nach der Richtung r ist, so folgt der Satz: „Eine Gerade, die an einer Stelle auf einer Weltlinie senkrecht steht, muß überall auf den Weltlinien senkrecht stehen“.

§ 3. Die Mannigfaltigkeit der Differentialbedingungen.

Im folgenden soll der Symmetrie halber die Koordinate $t = ic\tau$, und das Längenelement:

$$ds = ic d\tau = \sqrt{dx^2 + dy^2 + dz^2 + dl^2}$$

eingeführt werden, so daß das Gleichungssystem (7) die Form annimmt:

$$(8) \quad \frac{\partial r_s}{\partial r} - r_s r_{ss} = 0.$$

Dabei ist entsprechend der früheren Bezeichnung:

$$r_s = \frac{\partial r}{\partial s}, \quad r_{ss} = \frac{\partial^2 r}{\partial s^2}$$

und aus (1) entsteht:

$$(1a) \quad x_s^2 + y_s^2 + z_s^2 + l_s^2 = 1.$$

a) Geradlinige Bewegung.

Im Falle nur zweier Koordinaten x, l ist die Gleichung (8) für jede Richtung r erfüllt, wenn sie für eine Richtung erfüllt ist und ist zugleich mit der Inkompressibilitätsbedingung:

$$\text{identisch.} \quad \frac{\partial x_s}{\partial x} + l_s \frac{\partial l_s}{\partial x} = 0$$

Identisch dann ist wegen $x_s^2 + l_s^2 = 1$:

$$\text{denn } \frac{\partial x_s}{\partial x} + l_s \frac{\partial l_s}{\partial x} = 0, \quad x_s \frac{\partial x_s}{\partial l} + l_s \frac{\partial l_s}{\partial l} = 0;$$

ferner ist identisch:

$$x_{ss} = x_s \frac{\partial x_s}{\partial x} + l_s \frac{\partial l_s}{\partial l},$$

also:

$$\frac{\partial x_s}{\partial x} - x_s x_{ss} = \frac{\partial x_s}{\partial x} - x_s \left(x_s \frac{\partial x_s}{\partial x} + l_s \frac{\partial l_s}{\partial t} \right) \\ = (1 - x_s^2) \frac{\partial x_s}{\partial x} + l_s^2 \frac{\partial l_s}{\partial t},$$

d. i.

$$\frac{1}{1 - x_s^2} \left(\frac{\partial x_s}{\partial x} - x_s x_{ss} \right) = \frac{\partial x_s}{\partial x} + \frac{\partial l_s}{\partial t}.$$

Da nun

$$\frac{\partial x_s}{\partial x} + \frac{\partial l_s}{\partial t} = \operatorname{div} v$$

(wo v den Geschwindigkeitsvektor bezeichnet) einen vom Koordinatensystem unabhängigen Wert hat, so folgt entsprechend für eine beliebige Richtung r :

$$\frac{1}{1 - r_s^2} \left(\frac{\partial r_s}{\partial r} - r_s r_{ss} \right) = \frac{\partial x_s}{\partial x} + \frac{\partial l_s}{\partial t}.$$

Im Falle der geradlinigen Translation kann also das System (8), durch die eine Inkompressibilitätsbedingung

$$\frac{\partial x_s}{\partial x} + \frac{\partial l_s}{\partial t} = 0$$

mit der Nebenbedingung:

$$x_s^2 + l_s^2 = 1$$

ersetzt werden kann¹⁾, dessen allgemeine Lösung eine willkürliche Funktion enthalten muß.

b) Ebene Bewegung.

Es seien r_1, r_2, r_3 die Richtungskosinus der willkürlichen Richtung r , dann ist

$$(9) \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial r_s}{\partial r} - r_s r_{ss} = \\ = r_1^2 \left(\frac{\partial x_s}{\partial x} - x_s x_{ss} \right) + r_2^2 \left(\frac{\partial y_s}{\partial y} - y_s y_{ss} \right) + r_3^2 \left(\frac{\partial l_s}{\partial t} - l_s l_{ss} \right) \\ + r_1 r_2 \left(\frac{\partial x_s}{\partial y} + \frac{\partial y_s}{\partial x} - x_s y_{ss} - y_s x_{ss} \right) \\ + r_2 r_3 \left(\frac{\partial y_s}{\partial z} + \frac{\partial z_s}{\partial y} - y_s z_{ss} - z_s y_{ss} \right) \\ + r_3 r_1 \left(\frac{\partial z_s}{\partial x} + \frac{\partial x_s}{\partial z} - z_s x_{ss} - x_s z_{ss} \right). \end{array} \right.$$

1) Von dieser ist auch Hr. Born bei der Behandlung der geradlinigen Translation ausgegangen, l. c. p. 20.

Aus der Beziehung:

$$(10 \text{a}) \quad r_{ss} = x_s \frac{\partial r_s}{\partial x} + y_s \frac{\partial r_s}{\partial y} + l_s \frac{\partial r_s}{\partial l},$$

der Gleichung (1a) und den daraus folgenden:

$$(10) \quad \begin{cases} x_s \frac{\partial x_s}{\partial x} + y_s \frac{\partial y_s}{\partial x} + l_s \frac{\partial l_s}{\partial x} = 0, \\ x_s \frac{\partial x_s}{\partial y} + y_s \frac{\partial y_s}{\partial y} + l_s \frac{\partial l_s}{\partial y} = 0, \\ x_s \frac{\partial x_s}{\partial z} + y_s \frac{\partial y_s}{\partial z} + l_s \frac{\partial l_s}{\partial z} = 0 \end{cases}$$

läßt sich nun leicht die Identität folgern:

$$(11) \quad \begin{cases} x_s y_s \left(\frac{\partial x_s}{\partial y} + \frac{\partial y_s}{\partial x} - x_s y_{ss} - y_s x_{ss} \right) = \{x y\} \\ = -x_s^2 \left(\frac{\partial x_s}{\partial x} - x_s x_{ss} \right) - y_s^2 \left(\frac{\partial y_s}{\partial y} - y_s y_{ss} \right) \\ + l_s^2 \left(\frac{\partial l_s}{\partial l} - l_s l_{ss} \right). \end{cases}$$

Entsprechende Gleichungen gelten für die aus $\{x y\}$ durch zyklische Vertauschung entstehenden Größen $\{y l\}$ und $\{l x\}$. Dann folgt also aus (9) und (11), daß die Gleichung

$$\frac{\partial r_s}{\partial r} - r_s r_{ss} = 0$$

für jede Richtung r besteht, wenn sie für drei Richtungen, etwa x, y, l erfüllt ist.

Diese drei Gleichungen aber sind unabhängig voneinander, denn sie lauten ausgeschrieben, unter Berücksichtigung von (10a):

$$(12) \quad \begin{cases} (1 - x_s^2) \frac{\partial x_s}{\partial x} - x_s y_s \frac{\partial x_s}{\partial y} - x_s l_s \frac{\partial x_s}{\partial l} = 0, \\ -y_s x_s \frac{\partial y_s}{\partial x} + (1 - y_s^2) \frac{\partial y_s}{\partial y} - y_s l_s \frac{\partial y_s}{\partial l} = 0, \\ -l_s x_s \frac{\partial l_s}{\partial x} - l_s y_s \frac{\partial l_s}{\partial y} + (1 - l_s^2) \frac{\partial l_s}{\partial l} = 0. \end{cases}$$

Diese bilden zusammen mit den drei Gleichungen (10) ein System von sechs linearen Gleichungen mit den neun Variablen

$$\frac{\partial x_s}{\partial x}, \quad \frac{\partial x_s}{\partial y} \text{ usw.}$$

Sollte eine Abhängigkeit bestehen, so müßten alle sechsreihigen Determinanten dieses Systems, das sind die der folgenden Matrix, identisch verschwinden:

$$\begin{vmatrix} 1 - x_s^2 & -x_s y_s & -x_s l_s & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -y_s x_s & 1 - y_s^2 & -y_s l_s & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -l_s x_s & -l_s y_s & 1 - l_s^2 \\ x_s & 0 & 0 & y_s & 0 & 0 & l_s & 0 & 0 \\ 0 & x_s & 0 & 0 & y_s & 0 & 0 & l_s & 0 \\ 0 & 0 & x_s & 0 & 0 & y_s & 0 & 0 & l_s \end{vmatrix}.$$

Man berechnet aber leicht z. B. für die aus der 1., 5., 9., 2., 6., 7. Kolonne gebildete Determinante

$$\Delta_{(345)} = x_s y_s l_s [x_s^2 y_s^2 + y_s^2 l_s^2 + l_s^2 x_s^2] \neq 0;$$

Also bilden die drei Gleichungen (12) zusammen mit der Relation

$$(1a) \quad x_s^2 + y_s^2 + l_s^2 = 1$$

ein unabhängiges System von Differentialgleichungen. Es ist daher nicht zu erwarten, daß die allgemeine Lösung des Systems, wie in der alten Kinematik, drei willkürliche Funktionen enthält; handelt es sich doch um drei partielle Differentialgleichungen mit drei unabhängigen und nur zwei abhängigen Variablen, nämlich den Funktionen x_s, y_s, l_s , zwischen denen die Beziehung (1a) besteht. Bei einem solchen überbestimmten System kann über die Mannigfaltigkeit der Lösungen von vornherein nichts ausgesagt werden.

Um auch den Spezialfall der Newtonschen Kinematik, also den Fall $c = \infty$, mit einzubegreifen, ist es notwendig, auf das System (7) zurückzugehen. Für diesen Fall geht zunächst die Gleichung (1) über in

$$(1b) \quad t_r = 1,$$

und damit wird die der t -Richtung entsprechende Komponente des Systems (7)

$$c^2 \frac{\partial c t_r}{\partial c t} + c t_r \cdot c t_{rr} = c^2 \left(\frac{\partial t_r}{\partial t} + t_r t_{rr} \right) = 0$$

identisch erfüllt. Die anderen Komponenten gehen über in

$$\frac{\partial r_r}{\partial r} = 0,$$

eine Vektorgleichung, die durch die drei, jetzt unabhängigen Gleichungen (12 a) ersetzt wird:

$$(12 \text{ a}) \quad \frac{\partial x_r}{\partial x} = 0; \quad \frac{\partial y_r}{\partial y} = 0; \quad \frac{\partial x_r}{\partial y} + \frac{\partial y_r}{\partial x} = 0.$$

Man findet diese, indem man genau wie in (9) die Vektorgleichung für eine beliebige Richtung $r = r_1 x + r_2 y$ ansetzt. Die letzte Gleichung entspricht hier der aus (11) folgenden $\{xy\} = 0$, die aber dort eine Folge der vier unabhängigen Gleichungen (1 a) und (12) ist, während hier (1 b) und (12 a) vier unabhängige Gleichungen sind.

Da die Abhängigkeitsverhältnisse also andere sind als im allgemeinen Fall, ist kein Widerspruch darin zu erblicken, daß die Mannigfaltigkeit der Lösungen in diesem Spezialfall eine höhere werden kann.

Ganz analoge Verhältnisse bestehen natürlich auch im Falle von vier Dimensionen, also für die räumliche Bewegung, doch beschränken wir uns der Einfachheit halber vorläufig auf die ebenen Bewegungen.

§ 4. Ebene Rotation um einen ruhenden Punkt.

Für die ebene Rotation um einen ruhenden, bzw. gleichförmig bewegten Punkt O ist dessen Weltlinie l -Achse eines ruhenden Koordinatensystems. Die durch diese Achse senkrecht zu ihr gelegten Strahlen müssen nach dem Satze auf p. 926 überall auf den Weltlinien senkrecht stehen. Das Verschwinden der Geschwindigkeitskomponente längs eines solchen Strahles,

$$\varrho_s = \frac{x}{\varrho} x_s + \frac{y}{\varrho} y_s,$$

wobei $\varrho^2 = x^2 + y^2$ gesetzt ist, bedeutet aber, daß alle Weltlinien auf Kreiszylindern um die l -Achse verlaufen müssen, oder daß vom Ruhesystem des Punktes O aus gesehen alle Punkte sich auf Kreisen um O bewegen.

In einer kürzlich erschienenen Note¹⁾, in der Hr. P. Ehrenfest auf Widersprüche der Bornschen Differentialbedingung hinweist, scheint mir diese Eigenschaft der Rotationsbewegung

1) P. Ehrenfest, Physik. Zeitschr. 10. p. 918. 1909.

ohne Beweis angenommen zu sein. Für die Frage der Integrität der Differentialgleichungen folgt aus dem Ehrenfestschen Einwand schon, daß der Übergang von der Ruhe zur gleichförmigen Rotation um einen ruhenden Punkt nicht durch eine beim Umlaufen der Weltlinie des ruhenden Punktes eindeutige Lösung dargestellt werden kann.

Inwieweit Drehungen um einen ruhenden Punkt möglich sind, ergibt sich nun einfach durch die folgende geometrische Betrachtung: An einer beliebigen Stelle P eines vorgegebenen Kreiszylinders um die l -Achse kann die Neigung des Weltlinien-elementes, d. h. die Rotationsgeschwindigkeit des Punktes P , beliebig vorgegeben werden. Die Normalebene dieses Elementes schneide die Ellipse E_P aus dem Zylinder aus. Unter Q einen beliebigen Punkt dieser Ellipse verstanden, muß die Verbindungsgerade PQ überall auf den Weltlinien senkrecht stehen, da im Punkt P die Weltlinie auf PQ senkrecht steht. Daher muß das Weltlinienelement in Q die zwei Bedingungen erfüllen.

1. Es muß in der Zylindertangentialebene in Q liegen.
2. Es muß in der Normalebene zu PQ im Punkte Q liegen.

Durch diese beiden Bedingungen ist seine Richtung völlig bestimmt als Schnitt der Zylindertangentialebene mit der Normalebene zu PQ . Das ursprünglich in P angenommene Element genügt offenbar den nämlichen beiden Bedingungen, bei Vertauschung von Q mit P . Aus Symmetriegründen (bezüglich der Richtungen ist alles symmetrisch zur Halbierungs-ebene des Außenwinkels der Zylindertangentialebenen in P und Q , zu der die Verbindungsgerade PQ parallel liegt) ist nun klar, daß die Neigung des so bestimmten Bahnelementes in Q die nämliche wird, wie die in P , und zwar können beide Elemente durch Drehung und Verschiebung des Zylinders in sich ineinander übergeführt werden. Entsprechend erhält man längs der ganzen Ellipse E_P Bahnelemente von gleicher Neigung wie in P . Die Normalebene zu dem so bestimmten Bahnelement in Q geht durch den Punkt P , weil die Gerade PQ senkrecht auf dem Bahnelement in Q steht, schneidet aber im übrigen eine neue Ellipse E_Q aus dem Zylinder aus, ausgenommen den Fall, daß das Element in P parallel der Zylinder-achse angenommen war, also der Punkt P ruhte. Durch

Fortsetzung der Konstruktion erhält man längs der Ellipse E_Q überall Elemente gleicher Neigung, und wenn man den Punkt Q die Ellipse E_P durchlaufen läßt, eine Zone des Zylinders, endlich von dieser weitergehend, den ganzen Zylinder mit Elementen gleicher Neigung überdeckt. Dies ist aber das Weltlinienbild der gleichförmigen Drehung um den ruhenden Punkt. Also kann nur die gleichförmige Drehung eine den Differentialbedingungen genügende Bewegung sein, wenn ein Punkt des Körpers in Ruhe angenommen wird. Das Weltlinienbild ist dann das der Bewegungskurven einer dreidimensionalen, unendlich kleinen Schraubung des x, y, l -Raumes, bei dem in der Tat bekanntlich die Bedingung erfüllt ist, daß eine Gerade, die an einer Stelle auf den Bewegungskurven senkrecht steht, dann auch überall auf diesen senkrecht steht.

Die folgende analytische Fassung des Beweises kann leicht (vgl. § 5) für die Drehung um einen beliebig bewegten Punkt erweitert werden.

Es sei die Weltlinie des ruhenden Punktes

$$x = y = 0,$$

und für einen beliebigen Punkt sei gesetzt:

$$(13) \quad x = \varrho \cos \varphi; \quad y = \varrho \sin \varphi; \quad l = l.$$

Nach p. 930 ist $\varrho_s = 0$, d. h. der Radius ϱ längs einer Weltlinie konstant, also ist

$$(13a) \quad x_s = -\varrho \sin \varphi \cdot \varphi_s; \quad y_s = \varrho \cos \varphi \cdot \varphi_s.$$

Wir haben (13) und (13a) in die Gleichungen (12) einzusetzen. Um zunächst die Abhängigkeit des Weltlinienverlaufes von φ und l auf einem Zylinder $\varrho = \text{const.}$ zu erhalten, ist es, wie bei der geradlinigen Translation zweckmäßig, eine Kombination der Gleichungen (12), die Inkompressibilitätsgleichung, zu verwenden. Aus den drei unabhängigen Gleichungen (12):

$$(12) \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial x_s}{\partial x} - x_s x_{ss} = 0, \\ \frac{\partial y_s}{\partial y} - y_s y_{ss} = 0, \\ \frac{\partial l_s}{\partial l} - l_s l_{ss} = 0, \end{array} \right.$$

folgt diese durch Addition unter Berücksichtigung der Identität (1a) zu:

$$(14) \quad \frac{\partial x_s}{\partial x} + \frac{\partial y_s}{\partial y} + \frac{\partial l_s}{\partial t} = 0.$$

Durch Einsetzen der Werte von x, x_s, y, y_s aus (13) und (13a) in (14) geht diese Gleichung über in

$$\frac{\partial \varphi_s}{\partial \varphi} + \frac{\partial l_s}{\partial t} = 0.$$

Unter Berücksichtigung der Beziehung (1a) endlich, die hier die Gestalt annimmt:

$$\varrho^2 \varphi_s^2 + l_s^2 = 1,$$

wird daraus:

$$(14a) \quad l_s \frac{\partial \varphi_s}{\partial \varphi} - \varrho^2 \varphi_s \frac{\partial l_s}{\partial t} = 0.$$

Die geometrische Bedeutung der Gleichung (14) ist nun, daß die Kurven konstanter Neigung, für die also φ_s einen konstanten Wert hat, auf der Zylinderfläche vom Radius ϱ senkrecht zu den Weltlinien verlaufen, daß also die Weltlinien die Orthogonaltrajektorien eines Systems von Isogonalkurven zu den Zylindergeraden sind. Durch Abwickelung der Zylinder ginge dieses Weltlinienbild in das der geradlinigen Translation, p. 920, über.

Die Abhängigkeit der Neigung $\varrho \varphi_s$ vom Radius ϱ ergibt sich offenbar zweckmäßig aus einer anderen Kombination der Gleichungen (12), nämlich der aus (11) und (12) folgenden Beziehung $\{x y\} = 0$ (vgl. p. 928); d. h.

$$(11a) \quad \frac{\partial x_s}{\partial y} + \frac{\partial y_s}{\partial x} - x_s y_{ss} - y_s x_{ss} = 0,$$

indem man in dieser Gleichung die Richtungen x und y als die Tangente in der xy -Ebene und die Normale der Zylinderfläche in dem gerade betrachteten Punkte wählt, d. h. dessen Azimut als den in den Gleichungen (13) willkürlich gelassenen Anfangspunkt $\varphi = 0$ wählt. Da dann $(y_s)_{\varphi=0}$ und $(\partial y_s / \partial t)_{\varphi=0}$ verschwindet, vereinfacht sich (11a) nach (13) zu:

$$(15a) \quad \frac{\partial \varrho \varphi_s}{\partial \varrho} + \frac{1}{\varrho} \left(\frac{\partial y_s}{\partial \varphi} \right)_{\varphi=0} - \varrho \varphi_s^2 \left(\frac{\partial y_s}{\partial \varphi} \right)_{\varphi=0} = 0.$$

Hier ist

$$\left(\frac{\partial y_s}{\partial \varphi} \right)_{\varphi=0} = -\varrho \varphi_s,$$

also wird die Gleichung (15a):

$$(15) \quad \frac{\partial \varphi_s}{\partial \varrho} + \varrho \varphi_s^3 = 0,$$

Durch Integration ergibt sich hieraus:

$$(16) \quad \varphi_s = -\frac{1}{V\varrho^2 + C}$$

und also

$$l_s = \frac{C}{V\varrho^2 + C^2},$$

wobei $C = C(\varphi, l)$ als von ϱ unabhängig zu bestimmen ist. Die Bedeutung der Gleichung (16) ist, daß sich die Neigung $\varrho \varphi_s$, längs des Strahles ϱ wie bei gleicher Winkelgeschwindigkeit $\partial \varphi / \partial t$ der Punkte dieses Strahles verändern muß.

Setzt man die Gleichung (16) in (14a) ein, so ergibt sich für $C(\varphi, l)$ die Differentialgleichung:

$$(14b) \quad C \frac{\partial C}{\partial \varphi} - \varrho^2 \frac{\partial C}{\partial l} = 0,$$

aus der sich ein von ϱ unabhängiger Wert von C offenbar nur dann ergibt, wenn

$$\frac{\partial C}{\partial \varphi} = \frac{\partial C}{\partial l} = 0,$$

also $C = \text{const.}$ und somit φ_s und l_s auf der ganzen Zylinderfläche konstant sind.

Also ist die gleichförmige Rotation die einzige mögliche Lösung der Gleichungen (14a) und (15).

Das Resultat würde natürlich hinfällig werden im Falle $c = \infty$, für den aus dem (12) entsprechenden System $\partial r_v / \partial r = 0$ wegen $t_v = 1$ die Koordinate t völlig herausfällt und also durch diese Gleichungen keine Verknüpfung der Bewegungszustände zu verschiedenen Zeiten gegeben ist.

§ 5. Ebene Rotation um einen beschleunigt bewegten Punkt.

Es seien die Koordinaten einer beliebig vorgegebenen Weltlinie:

$\xi, \eta, \lambda,$

und ihr Längenelement

$$d\sigma = \sqrt{d\xi^2 + d\eta^2 + d\lambda^2}.$$

Genau wie bei der Bewegung um einen ruhenden Punkt legen wir nun zu dieser Kurve alle Normalebenen und ziehen in diesen Ebenen die Strahlen durch den Punkt ξ, η, λ .

Da diese Strahlen auf der Weltlinie ξ, η, λ senkrecht stehen, so muß überall die in ihrer Richtung liegende Geschwindigkeitskomponente verschwinden. Daher müssen wieder alle Weltlinien auf „Zylinderflächen“ um die gegebene Kurve verlaufen, Flächen, die dadurch charakterisiert sind, daß sie aus jeder der Normalebenen einen Kreis von gleichem Radius ausschneiden. Wir wählen nun zur Festlegung eines beliebigem Punktes

1. den Parameter σ der Normalebene, in dem der Punkt liegt, wobei σ von einem beliebigem Punkt ξ_0, η_0, λ_0 ab zu zählen ist.

2. Polarkoordinaten ϱ, φ in dieser Normalebene, mit dem Durchschnitt der Normalebene mit der Kurve ξ, η, λ als Pol, wobei φ von der Schmiegeungsebene der Kurve ξ, η, λ ab gezählt werden soll. Es sei ferner R der Krümmungsradius, T der Torsionsradius dieser Kurve.

Die Richtung der Weltlinien auf einer solchen Zylinderfläche ist dann durch die Komponenten

$$\frac{\partial \varphi}{\partial s} = \varphi_s; \quad \frac{\partial \sigma}{\partial s} = \sigma_s$$

charakterisiert. Die linearen Bewegungskomponenten sind senkrecht zur erwähnten Normalebene, also parallel der gegebenen Kurve ξ, η, λ :

$$u = \left(1 + \frac{\varrho}{R} \cos \varphi\right) \sigma_s,$$

in der Normalebene und zwar senkrecht auf dem Strahl ϱ :

$$v = \varrho \left(\varphi_s + \frac{\sigma_s}{T}\right);$$

in der Normalebene und in der Richtung des Strahles ϱ :

$$\varrho_s = 0.$$

Das Weltlinienvbild auf der Zylinderfläche wird nun wieder am einfachsten wie beim ruhenden Punkt durch die aus den Gleichungen (12) durch Addition gebildete Inkompressibilitäts-Gleichung:

$$(13) \quad \frac{\partial x_s}{\partial x} + \frac{\partial y_s}{\partial y} + \frac{\partial l_s}{\partial l} = 0$$

beschrieben, indem man sie in die krummlinigen Koordinaten σ, ϱ, φ umschreibt. Für die Durchführung der Umrechnung wählt man natürlich zweckmäßig für die Richtungen x, y, l das durch die Richtungen u, v, ϱ_s in dem gerade betrachteten Punkt bestimmte geradlinige Achsenkreuz, das das krummlinige Koordinatensystem σ, ϱ, φ tangiert. Die so entstehende Gleichung lautet¹⁾:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\varphi_s + \frac{\sigma_s}{T} \right) - \frac{R}{T(R + \varrho \cos \varphi)} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left[\left(1 + \frac{\varrho}{R} \cos \varphi \right) \sigma_s \right] \\ + \frac{R}{R + \varrho \cos \varphi} \frac{\partial}{\partial \sigma} \left[\left(1 + \frac{\varrho}{R} \cos \varphi \right) \sigma_s \right] \\ - \varrho \left(\varphi_s + \frac{\sigma_s}{T} \right) \frac{\sin \varphi}{R + \varrho \cos \varphi} = 0. \end{aligned}$$

Mittels der Gleichung (1a), die hier die Form annimmt:

$$u^2 + v^2 = \left(1 + \frac{\varrho}{R} \cos \varphi \right)^2 \sigma_s^2 + \varrho^2 \left(\varphi_s + \frac{\sigma_s}{T} \right)^2 = 1$$

wird daraus:

$$(17) \quad \left\{ \begin{array}{l} \left[\left(1 + \frac{\varrho}{R} \cos \varphi \right)^2 \sigma_s + \frac{\varrho^2}{T} \left(\varphi_s + \frac{\sigma_s}{T} \right) \right] \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\varphi_s + \frac{\sigma_s}{T} \right) \\ - \varrho^2 \left(\varphi_s + \frac{\sigma_s}{T} \right) \frac{\partial}{\partial \sigma} \left(\varphi_s + \frac{\sigma_s}{T} \right) \\ - \left(\frac{\varrho}{R} \cos \varphi \right) \frac{\varrho}{R} \sin \varphi \left(\varphi_s + \frac{\sigma_s}{T} \right) \sigma_s = 0. \end{array} \right.$$

Die Gleichung (17) kann, in Übereinstimmung mit einer der geometrischen Überlegung auf p. 931 analogen Betrachtung so gedeutet werden:

Die Weltlinien bilden auf der Zylinderfläche die Orthogonaltrajektorien eines einfach unendlichen Systems geodätischer Linien.

1) Es ist dann nämlich an der betrachteten Stelle (P):

$$\frac{\partial}{\partial x} = \frac{1}{\varrho} \frac{\partial}{\partial \varphi}; \quad \frac{\partial}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial \varrho}; \quad \frac{\partial}{\partial l} = \frac{R}{R + \varrho \cos \varphi} \left(\frac{\partial}{\partial \sigma} + \frac{1}{T} \frac{\partial}{\partial \varphi} \right),$$

$$(x_s)_P = r; \quad (y_s)_P = \varrho_s = 0; \quad (l_s)_P = u.$$

Da $y_s = 0$, so ist trotz der Krümmung des Koordinatensystems $\partial x_s / \partial x$ aus diesen Formeln unmittelbar zu bilden, in $\partial l_s / \partial l$ dagegen tritt ein Zusatzglied nach Art der Zentrifugalglieder hinzu:

$$\frac{\partial l_s}{\partial l} = \frac{\partial (l_s)_P}{\partial l} - x_s \frac{\sin \varphi}{R + \varrho \cos \varphi}.$$

Um nun noch die Abhängigkeit des Weltlinienverlaufes vom Zylinderradius ϱ zu erhalten, ist wieder (wie p. 933) die Gleichung (11a) geeignet:

$$(11a) \quad \frac{\partial x_s}{\partial y} + \frac{\partial y_s}{\partial x} - x_s y_{ss} - y_s x_{ss} = 0,$$

indem wir die Richtung x in die Tangentenrichtung v , die Richtung y in die Strahlrichtung ϱ legen. Es ist dann also $x_s = v$ (p. 935); ferner an der betrachteten Stelle $y_s = 0$ und $\partial y_s / \partial y = 0$, dagegen wegen der Krümmung des Koordinatensystems:

$$\begin{aligned} \frac{\partial y_s}{\partial x} &= \frac{1}{\varrho} \frac{\partial y_s}{\partial \varphi} = -\varrho \left(\varphi_s + \frac{\sigma_s}{T} \right), \\ \frac{\partial y_s}{\partial \sigma} &= - \left(1 + \frac{\varrho}{R} \cos \varphi \right) \frac{\cos \varphi}{R} \sigma_s - \frac{\varrho}{T} \left(\varphi_s + \frac{\sigma_s}{T} \right). \end{aligned}$$

Durch Einsetzen dieser Werte in (11a), unter Beachtung, daß

$$y_{ss} = \sigma_s \frac{\partial y_s}{\partial \sigma} + \varphi_s \frac{\partial y_s}{\partial \varphi}$$

resultiert die zu (15) analoge Gleichung:

$$(18) \quad \frac{\partial \left(\varphi_s + \frac{\sigma_s}{T} \right)}{\partial \varrho} + R \frac{\left(\varphi_s + \frac{\sigma_s}{T} \right)^2}{R + \varrho \cos \varphi} - \frac{\left(\varphi_s + \frac{\sigma_s}{T} \right) \cos \varphi}{R + \varrho \cos \varphi} = 0.$$

Die Gleichung (18) hat das zu (16) analoge Integral:

$$(19) \quad \varphi_s + \frac{\sigma_s}{T} = \frac{1}{\sqrt{\varrho^2 + \left(1 + \frac{\varrho}{R} \cos \varphi \right)^2 C^2}},$$

und also:

$$\sigma_s = \frac{C}{\sqrt{\varrho^2 + \left(1 + \frac{\varrho}{R} \cos \varphi \right)^2 C^2}},$$

das auch die nämliche geometrische Bedeutung hat, daß längs eines Strahles ϱ die Winkelgeschwindigkeit $\partial \varphi / \partial \sigma + 1/T$ konstant ist. C muß eine von ϱ unabhängige Funktion $C(\sigma, \varphi)$ sein. Für sie ergibt sich aber durch Einsetzen von (19) in (17) die Gleichung

$$(20) \left\{ \begin{array}{l} \left[\left(1 + \frac{\varrho}{R} \cos \varphi \right)^2 - \frac{C^2}{T} \right] \left(1 + \frac{\varrho}{R} \cos \varphi \right) C^2 \frac{\partial C}{\partial \varphi} \\ \quad - \varrho^2 \left(1 + \frac{\varrho}{R} \cos \varphi \right) C \frac{\partial C}{\partial \sigma} \\ \quad + \frac{\varrho^3}{R} \sin \varphi \left(1 - \frac{C^2}{T} \right) C + \varrho^3 \cos \varphi C \frac{\partial \frac{1}{R}}{\partial \sigma} = 0. \end{array} \right.$$

Aus (20) folgt C als von ϱ unabhängig nur durch die folgenden Annahmen:

1. $C = 0$:

Dann wird $\sigma_s = 0$, der Fall entspräche daher der unendlich raschen Rotation und ist auszuschließen.

2. $C = \infty$:

Jetzt wird $\varphi_s + \sigma_s/T = 0$, also $v = 0$ (p. 935), und offenbar sind für diese Annahme die Gleichungen (17) und (18) in der Tat erfüllt. Die Weltlinien verlaufen alle parallel den ursprünglich vorgegebenen, (ξ, η, λ) , es handelt sich also um den auf p. 921 beschriebenen Fall der Translation, in dem die Weltlinien die Orthogonaltrajektorien eines Ebenensystems sind.

3. Wenn

$$(21) \quad \left(1 - \frac{C^2}{T} \right) \sin \varphi + R \frac{\partial \frac{1}{R}}{\partial \sigma} \cos \varphi = 0,$$

so ist die Lösung

$$\frac{\partial C}{\partial \varphi} = \frac{\partial C}{\partial \sigma} = 0$$

möglich. Aus (21) ergibt sich aber ein von σ und φ unabhängiger Wert für C nur, wenn

$$\frac{\partial \frac{1}{R}}{\partial \sigma} = 0$$

und

$$C^2 = T = \text{const.},$$

wenn also die vorgegebene Kurve eine Raumkurve konstanter Torsion und Krümmung, d. h. eine Schraubenlinie konstanter Steighöhe ist. Die Winkelgeschwindigkeit ist dabei durch die Torsion eindeutig bestimmt. In dem Fall ist aber eben die vorgegebene Kurve eine der Weltlinien bei der gleichförmigen Rotation um einen ruhenden Punkt.

Es folgt also, daß außer den Translationen und der gleichförmigen Rotation um einen ruhenden Punkt überhaupt keine ebenen Bewegungen bestehen, die den Differentialbedingungen genügen können.

§ 6. Räumliche Bewegung.

Für den Fall von vier Dimensionen x, y, z, l hätte zwar die Durchführung des analogen Beweises keine sachlichen Schwierigkeiten, würde aber zu rechnerischen Weitläufigkeiten führen. Wir beschränken uns daher auf die folgende geometrische Skizzierung des Beweises.

Bei der gleichförmigen Rotation um einen gleichförmig bewegten Punkt bilden die Weltlinien die Bewegungskurven einer unendlich kleinen Schraubung des x, y, z, l -Raumes, die Richtungen der Weltlinien können daher in der folgenden Form dargestellt werden, wobei u, v, w, k den Geschwindigkeitsvektor in einem willkürlich gewählten Punkt O , dem Anfangspunkt des Koordinatensystems, bezeichnet:

$$(22) \quad \left\{ \begin{array}{l} \mu x_r = u + f_{12}y + f_{13}z + f_{14}l, \\ \mu y_r = v + f_{21}x + f_{23}z + f_{24}l, \\ \mu z_r = w + f_{31}x + f_{32}y + f_{34}l, \\ \mu l_r = k + f_{41}x + f_{42}y + f_{43}z, \end{array} \right.$$

die f_{ik} sind Konstanten, die Komponenten des Sechservektors der Drehung, die die Bedingung

$$f_{ik} = -f_{ki}$$

erfüllen.

Die Schraubung ist nun etwa durch die folgenden Bestimmungsstücke festgelegt: Die Bahnrichtung in O soll als l -Achse angenommen, also

$$u = v = w = 0$$

gesetzt werden. Ferner soll die Beschleunigungsrichtung in diesem Punkt bekannt sein, also in dem O benachbarten Punkt O' mit den Koordinaten $0, 0, 0, dl$ soll sein:

$$\begin{aligned} \mu x_r &= f_{14}dl, \\ \mu y_r &= f_{24}dl, \\ \mu z_r &= f_{34}dl, \\ \mu l_r &= k. \end{aligned}$$

Daraus sind zunächst f_{14}, f_{24}, f_{34} bestimmt.

Ferner sei in einem Punkt P der Achse $x = y = l = 0$, für den $z = z_1$ sei, die Richtung vorgegeben zu

$$\begin{aligned}\mu x_i &= f_{13} z_1, \\ \mu y_i &= f_{23} z_1, \\ \mu z_i &= 0, \\ \mu l_i &= k + f_{43} z_1,\end{aligned}$$

so daß auch f_{13} und f_{23} bestimmt werden. Es bleibt nun für die Bewegungsrichtung in einem beliebigen Punkt Q nur mehr der eine, durch f_{13} gekennzeichnete Freiheitsgrad.

Wir suchen nun eine Minimalzahl von Bestimmungsstücken für das durch die Bornsche Bedingung geforderte Weltlinienbild, die auch durch die bei der vorher betrachteten Bewegungsschraube offenbar erfüllte endliche Forderung ersetzt werden kann: Eine Gerade steht überall auf den Weltlinien senkrecht, wenn sie auf einer von ihnen senkrecht steht.

Im Punkt O kann wieder die Weltlinienrichtung als l -Achse und die Beschleunigung, d. h. die Richtung im Punkte O' mit den Koordinaten $0, 0, 0, dl$ willkürlich gewählt werden. Für einen beliebigen Punkt P des Raumes $l=0$ hat dann die Weltlinienrichtung zwei Freiheitsgrade, da sie nur auf der Verbindung PO senkrecht stehen muß. Wählt man die Richtung PO zur Achse $x=y=l=0$, so sind diese Freiheitsgrade mit denen im Punkt P bei der vorher besprochenen Bewegungsschraube identisch. Für einen weiteren Punkt Q , der im Normalraum des Elementes in P und im Raum $l=0$ liegt, bleibt nur noch ein Freiheitsgrad, denn sein Bahnelement muß die zwei Bedingungen erfüllen, es muß auf QP und auf QO senkrecht stehen. Dieser Freiheitsgrad muß aber der nämliche sein, wie im Fall der Bewegungsschraube der durch f_{13} gekennzeichnete in Q , eben da die geometrischen Bedingungen, die unserer jetzigen Konstruktion zugrunde liegen, dort auch erfüllt sind.

Von den Elementen in O, O', P, Q ausgehend, gelangt man nun sukzessive zur Bestimmung der Elemente im ganzen Raum x, y, z, l . Man hat zunächst die Normalräume in P, Q und O' zum Schnitt zu bringen und erhält für jeden Punkt R der Schnittgeraden das Weltlinienelement als die gemeinsame

senkrechte Richtung auf RP , RQ und RQ' . Von diesem Elemente in R , in Verbindung mit zweien der in P , Q , O oder O' weitergehend, kann man schließlich den Raum kontinuierlich mit Weltlinienelementen überdecken, so daß durch die vorgegebenen Bestimmungsstücke der ganze Bewegungsverlauf völlig bestimmt ist. Man kommt so zu dem Schluß, daß im allgemeinen Falle die Freiheitsgrade der durch die Bornsche Bedingung gegebenen Bewegung genau die nämlichen sind, wie die der vierdimensionalen Bewegungsschraube, und da bei dieser die Bedingung erfüllt ist, so müssen die beiden Weltlinienbilder überhaupt zusammenfallen.

Eine Ausnahme tritt ein, wenn alle Elemente im Raume $l=0$ nicht nur auf den Strahlen vom Punkt O aus, sondern auch auf dem Raum $l=0$ selbst senkrecht stehen, so daß alle ihre Normalräume in diesen Raum fallen. Dann kann die oben ausgeführte Konstruktion nicht zur Bestimmung von Richtungselementen außerhalb dieses Raumes führen. In diesem Falle aber sind die Weltlinien die Orthogonaltrajektorien eines Systems linearer Räume, es handelt sich also um die auf p. 921 beschriebene Translation. Nach dem hier angedeuteten Beweis gilt auch für die räumliche Bewegung:

Die allgemeinsten Bewegungen, die der Differentialbedingung genügen können, sind die Translation und die gleichförmige Rotation.

Schluß.

Die Folgerungen, die aus unserem negativen Ergebnis bezüglich der Rotationen zu ziehen sind, sind wohl, daß die Bornsche Bedingung zu eng gestellt ist, um die Bewegung eines starren Körpers zu beschreiben. Sie versagt bei den zu fordern- den Rotationen, wo sie nur auf den einfachen Fall der gleichförmigen Rotation führt, sie ist andererseits in ihrer differenziellen Form unnötig für die Translationen, die durch die endliche Formulierung auf p. 920 treffender und mehr im Anschluß an die Newtonsche Relativtheorie charakterisiert werden. Die Frage, die noch nicht beantwortet ist, ist die nach einer invarianten Definition, die für den Grenzfall $c=\infty$ in die alte übergeht. Und zwar einer Definition, die mindestens die Zahl der Freiheitsgrade hat, wie sie im Grenzfall $c=\infty$ auftreten,

so daß sie bei endlichem c und kleinen Geschwindigkeiten annähernd den starren Körper der alten Kinematik darstellt.

In Verallgemeinerung der Bornschen Translationen und der Bewegungen im Falle $c = \infty$ wäre es am naheliegendsten, als starren Körper ein dreidimensionales, ebenes System aufzufassen, das in einem beliebig veränderlichen Lorentzkoordinatensystem, in dessen $x'y'z'$ -Raum es enthalten ist, seine Gestalt nicht verändert, das, mit anderen Worten, die ∞^10 von einem Parameter abhängigen Bewegungen ausführen kann, bei denen alle Entfernung zwischen zwei beliebigen Punkten:

$$(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 + (z_1 - z_2)^2 - c^2(t_1 - t_2)^2$$

unverändert bleiben. Aus der so gewonnenen Parameterdarstellung der Bewegung kann der Parameter eliminiert werden, so daß seine Bedeutung unwesentlich ist und nur *neun* wesentliche Freiheitsgrade bleiben. Es scheint aber sehr fraglich, ob sich aus dieser Gruppe von ∞^9 Bewegungen durch geeignete Einschränkung eine invariant definierte Gruppe von ∞^6 Bewegungen aussortieren läßt, die für $c = \infty$ in die ∞^6 starren Bewegungen der Newtonschen Kinematik übergehen und diesen dann genau entsprächen.

Es¹⁾ ist ebenfalls unwahrscheinlich, daß sich durch irgend eine geeignet gewählte differentielle Formulierung der Starrheitsbedingungen gerade die Zahl der Freiheitsgrade wie in der alten Kinematik ergibt, die dort durch die endliche Form bestimmt werden, während die entsprechende Differentialbedingung zu einem überbestimmten System von Differentialgleichungen führt. Man wird aber in der erhöhten Zahl der Freiheitsgrade des starren Körpers kein Hindernis erblicken können, die zuletzt aufgestellte Definition doch als Ersatz für die starren Bewegungen der alten Kinematik zu betrachten.²⁾ Wie in dieser kann nämlich die allgemeine Bewegung wieder durch Superposition von Translation und Rotation erzeugt werden. Der leichteren Anschaulichkeit halber beschränken wir uns hier auf den Fall von nur drei Koordinaten x, y, t . Zugrunde

1) Das Folgende ist bei der Korrektur anlässlich einer Anfrage von Hrn. Prof. W. Wien zugefügt.

2) Ich möchte nicht unerwähnt lassen, daß ich mehrfach Gelegenheit hatte, mit Hrn. Prof. Sommerfeld über diesen Punkt zu sprechen.

legen wir die Bornschen Translationen, bei denen nach p. 921 der Übergang von einer Lage in die benachbarte des veränderlichen Koordinatensystems $x' y' t'$ eine unendlich kleine Drehung (in dem dort definierten Sinne) um eine in der $x' y'$ -Ebene selbst liegende Achse ist. Dieser Translation überlagern wir eine Rotation, d. h. eine Drehung der $x' y'$ -Ebene in sich. Während nun aber in der alten Kinematik die Verschiebung des Drehpunktes dieser Rotation nur die Hinzufügung einer weiteren Translation bedeutet, kann jetzt nicht mehr die Rotation um einen beliebigen Punkt durch Rotation um einen anderen Punkt und eine Translation ersetzt werden, weil die Resultante aus zwei Rotationen keine Bornsche Translation geben kann. Daher führt die Superposition von Translation und Rotation jetzt zu einer erhöhten Zahl der Freiheitsgrade. Wie aber die Bornschen Translationen, für die ja Unterlichtgeschwindigkeit vorauszusetzen ist, nur durch verfeinerte Meßmethoden von denen der alten Kinematik zu unterscheiden sind, da bei ihnen die $x' y'$ -Ebenen immer in dem Raum zwischen der Ebene $t = 0$ und dem Kegel $x^2 + y^2 - c^2 t^2 = 0$ liegen, so sind auch die hinzukommenden drei Freiheitsgrade so beschränkt, daß sie praktisch nicht merkbar sind. Für $c = \infty$ endlich fallen alle neun Freiheitsgrade in die sechs der alten Kinematik zusammen.

Für die Dynamik wird es in ähnlicher Weise bei Zugeordnung dieser Kinematik und eines geeigneten dynamischen Prinzips unmöglich sein, das am starren Körper angreifende Kräftesystem wie im Grenzfall $c = \infty$ in eine Einzelkraft an einem „Schwerpunkt“ und Momente um den Schwerpunkt zu zerlegen. Wenn aber ein solches dynamisches Prinzip es ermöglicht, die Bornsche Translation durch Einzelkräfte zu erzeugen, so werden auch durch Kraftsysteme die Rotationen und damit die ∞^6 Bewegungen des starren Körpers zu realisieren sein.

Daran knüpft sich noch eine Bemerkung über die Stellung des Michelson-Versuches (den man sich ja auch mit Bezug auf die Erdrotation ausgeführt denken kann), zu dem Nachweis, daß die von Born geforderten beschleunigten Rotationen nicht möglich sind. Die Volumenelemente im Inneren der Erde verhielten sich, entsprechend der Bornschen Bedingung, wie

der Michelson-Apparat, wenn sie frei beweglich wären, denn nur für diesen Fall kann die Erfahrung am Michelson-Apparat übertragen werden, und diese Tendenz muß in ihrem elastischen Verhalten zum Ausdruck kommen. Da sich eine solche Bewegung aber im Verband des starren Körpers kinematisch als unmöglich erwiesen hat, haben die inneren Reaktionen einen anderen Bewegungszustand zur Folge, wenn wir die Erde als starren Körper betrachten. Da die an der Oberfläche befindlichen freien Körper dagegen sich verhalten wie der Michelson-Apparat, so muß man schließen, daß theoretisch durch Vergleich ihres Verhaltens mit dem der Erdoberfläche sogar die Erdrotation nachzuweisen wäre. Natürlich ist darin kein Widerspruch gegen das Relativitätsprinzip zu erblicken.

München, Dezember 1909.

(Eingegangen 27. Dezember 1909).

**4. Über den Sättigungsdruck des Wasserdampfes
oberhalb 200°;**
von L. Holborn und A. Baumann.

(Mitteilung aus der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt.)

Der Sättigungsdruck des Wasserdampfes ist früher¹⁾ nach der dynamischen Methode bis 205° mit einem Quecksilbermanometer von 12 m Länge gemessen worden. In der vorliegenden Arbeit sind die Versuche nach dem statischen Verfahren bis zur kritischen Temperatur fortgesetzt. Es kam dabei eine Druckwage zur Anwendung, deren Meßbereich bis 250 kg/qcm reicht. Angegeben wurde das Instrument von Hrn. Thiesen, der es im Jahre 1899 von der Firma Schäffer & Budenberg in Magdeburg herstellen ließ.

Versuchsanordnung.

Die Anordnung der Apparate geht aus der schematischen Fig. 1 hervor, wo die Druckwage von der Seite nach Wegnahme der einen Seitenwand des Traggerüstes dargestellt ist. In Fig. 2, die die Einzelheiten enthält, sieht man die Wage von vorn.

Der Wasserdampf wird in einem Stahlzylinder *S* von 16 cm Höhe und 5,5 cm äußeren Durchmesser erzeugt, dessen etwa 2 cm weite Bohrung ein Volumen von 40 ccm besitzt. Eine Stahlkapillare *D*₃ von 0,2 cm innerem und 0,5 cm äußerem Durchmesser vermittelt die Verbindung mit der Druckwage, vor die noch drei Räume vorgeschaltet sind. Von diesen bewirken die beiden horizontal in derselben Höhe liegenden Rohre *R*₁ und *R*₂ von 2 cm Weite, daß einerseits das im Wagezylinder befindliche Rizinusöl nicht in den Zylinder *S* gelangen kann und daß andererseits infolge der Ausdehnung des Wassers im

1) L. Holborn u. F. Henning, Ann. d. Phys. 26. p. 833. 1908.

Zylinder S und dem Olausfluß am Kolben der Druckwage keine großen Höhenunterschiede zwischen den Oberflächen des als Trennflüssigkeit dienenden Quecksilbers auftreten, das in der unteren Hälfte der Rohre steht, während der obere Teil des dem Zylinder S zunächst liegenden Rohres R_1 Wasser und der des der Druckwage benachbarten R_2 Öl enthält. Zwischen den beiden Rohren liegt noch der zylinderförmige Behälter B

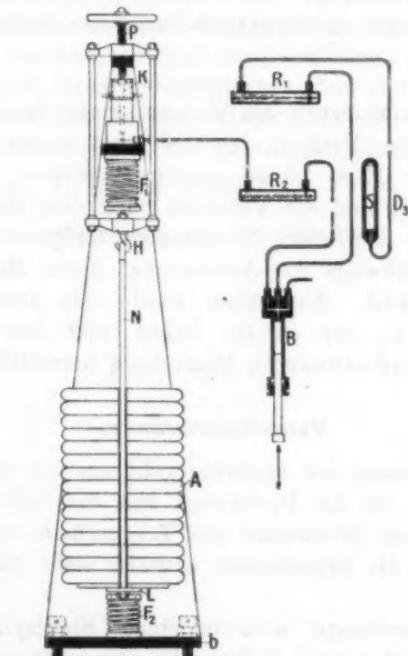


Fig. 1 ($\frac{1}{17}$ nat. Gr.).

von 1,5 cm Weite, in dem mit der Schraube C der Stempel W um 10 cm verschoben werden kann, so daß sich das Volumen in weiten Grenzen verändern läßt. Die einzelnen Gefäße sind untereinander durch Stahlkapillaren verbunden, die mit Überwurfmutter unter Zwischenschaltung einer Aluminiumscheibe befestigt werden. An der einen Seite des Behälters B sind die Kegelventile h_3 , h_4 , h_6 angebracht, von denen die ersten beiden als Zwischenhähne dienen, während h_6 die nach außen

führende Röhre D_6 sperrt. Alle Ventile, sowie der Stempel W , der sich mit der Schraube C nicht mitdreht, sind in derselben Weise gedichtet, wie es früher bei dem Quecksilbermanometer angegeben wurde. Die festen Verbindungen, wie z. B. die Ansatzstelle der Endstücke E_1 , E_2 der Rohre R_1 , R_2 oder die der Kapillare D_5 an den Zylinder S , waren verschraubt und darauf autogen verschweißt worden.

Der Stahlkolben K der Druckwage, der einen Querschnitt von etwa 1 qcm besitzt, bewegt sich frei in dem mit Rizinusöl gefüllten Rotgußzylinder Z und wird ebenso wie bei dem Amagatschen Manometer durch das Öl gedichtet. Der Kolben wird nach dem Vorgang von Altschul¹⁾ unmittelbar mit Gewichten belastet, und zwar werden diese im vorliegenden Falle mittels der Schraubenspindel P aufgesetzt, die zu diesem Zweck ein Gehänge für den Gewichtssatz A trägt. Soll der Kolben entlastet werden, so schraubt man die Spindel P , deren Gewinde in dem oberen Querarm G des Gehänges läuft, in die Höhe, wodurch dieser sich auf die Decke Q des schweren Traggerüstes aufsetzt. Dabei werden die Gewichte A von der mit der Bodenplatte b verbundenen Feder F_2 aufgehalten, so daß sich der Träger N von dem Haken H löst und das Gehänge nur noch mit seinem Eigengewicht auf die Decke Q drückt. Nach oben hin ist die Bewegung des Gehänges durch die Feder F_1 begrenzt, die an der den Zylinder Z tragenden Traverse T sitzt, so daß der Kolben K bei wachsendem Druck nicht ganz aus seinem Zylinder hinausgehoben werden kann. Der Gewichtssatz A besteht aus scheibenförmigen Platten von je 10 kg; nur die unterste Scheibe, die auf der Tragplatte L aufliegt, ist um das Gewicht des Gehänges leichter. Die Scheiben besitzen radiale Schlitzte, so daß sie sich zentrisch zur Stange N aufsetzen lassen. Für die Zwischenwerte zwischen den Zehner-kg nimmt man den Gewichtssatz einer gewöhnlichen Wage zu Hilfe.

Bekanntlich muß der Kolben während der Beobachtung bewegt werden, wenn die größte Empfindlichkeit erreicht werden soll. Zu diesem Zwecke ist an seinem herausragenden Ende mittels eines Vierkantes ein kleiner Quer-

1) M. Altschul, Zeitschr. f. phys. Chem. 11. p. 586. 1893.

arm q aufgesetzt, der in die Slitze der drehbaren Messinghülse M eingreift. Diese trägt die Griffe gg , mit der sie sich von Hand hin- und herdrehen lässt, wobei der Kolben

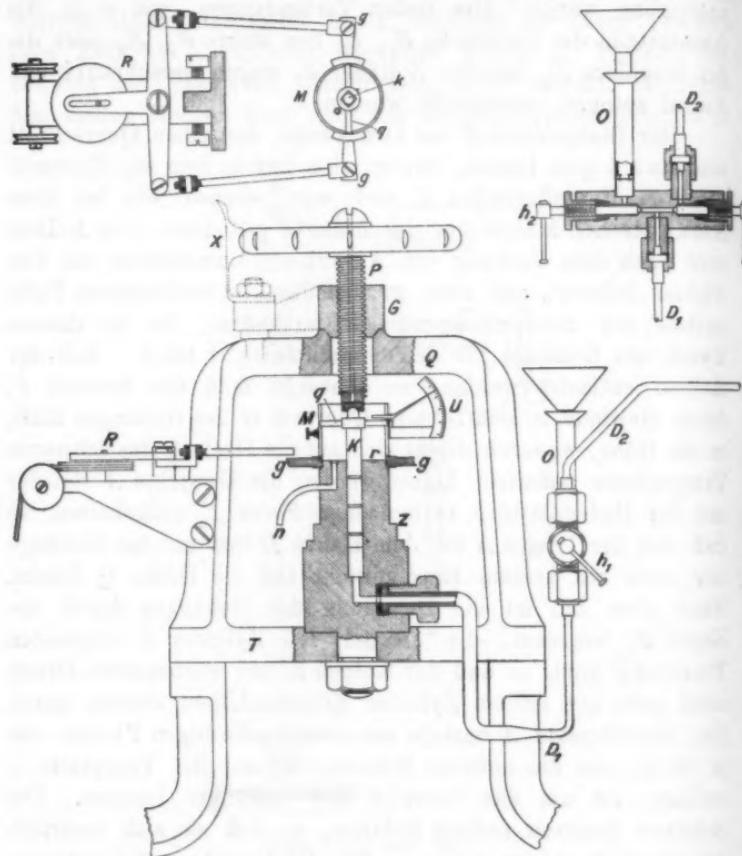


Fig. 2 ($\frac{1}{5}$ nat. Gr.).

mitgenommen wird. Bei längeren Versuchsreihen ermüdet dies Verfahren besonders bei hohen Drucken den Beobachter. Wir haben deshalb dafür einen Elektromotor benutzt und für dessen Antrieb die Übertragung R angebracht. Mit dieser Anordnung ließ sich auch stets dieselbe Geschwindigkeit ein-

halten, was für die Messungen nicht unwichtig ist: die Schwingungsdauer betrug etwa eine Sekunde, die Amplitude der Drehung 18°.

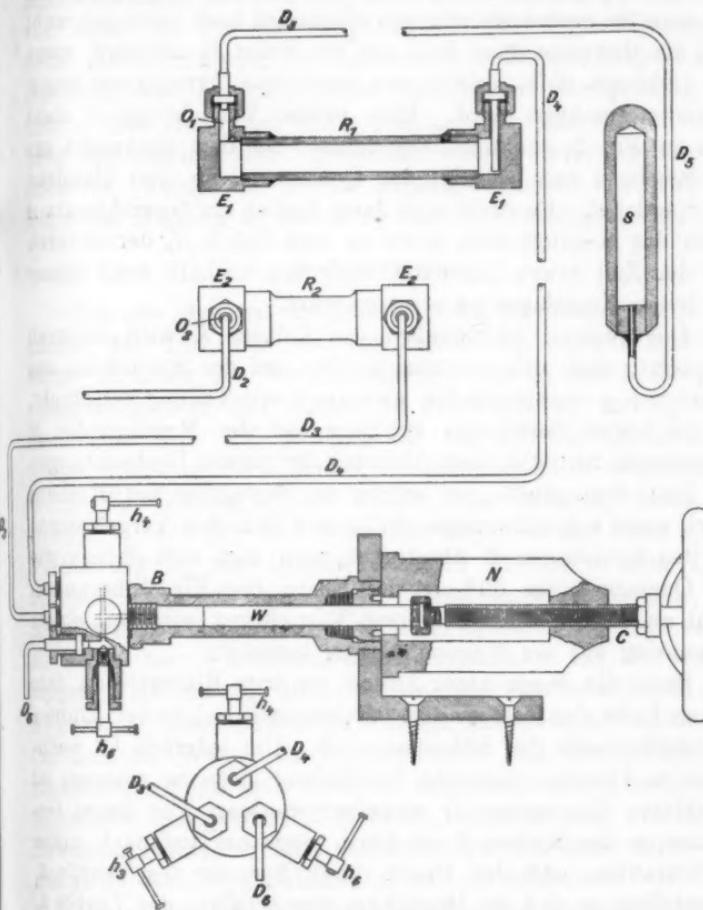


Fig. 2 ($\frac{1}{2}$ nat. Gr.)

Infolge der Bewegung des Kolbens fraß sich dessen gehärtete Kuppe in die Schraubenspindel *P* ein. Diese wurde deshalb mit einer gehärteten Pfanne versehen, in die die Kolbenkuppe neu eingeschliffen werden mußte. Nachdem bei dieser Gelegenheit noch durch die ganze Länge der Spindel

ein Kanal gebohrt war, durch den Schmieröl auf die Kolbenkuppe gelangen konnte, trat keine Störung mehr auf. Zu beachten ist nur noch, daß sich während der Bewegung das Gehänge bei großen Belastungen allmählich nach unten schraubt und die Gewichte dann bald auf der Feder F_2 aufsitzen, wenn das Gehänge nicht durch eine besondere Arretierung gegen Drehung geschützt wird. Eine solche Vorrichtung X sieht man in Fig. 2 punktiert angedeutet; sie liegt senkrecht zur Zeichenebene und befestigt den Querarm G an dem Handrad der Spindel P . Es dreht sich dann freilich der Gewichtssatz A gegen das Gehänge noch etwas in dem Haken H , der dadurch mit der Zeit etwas abgenutzt wird und deshalb wohl besser durch ein Kugellager zu ersetzen wäre.

Das Steigen oder Sinken des Kolbens K wird dadurch angezeigt, daß sich ein Strich, der auf der Stirnfläche des Querarmes q angebracht ist, an einer 2 mm-Teilung verschiebt, die zu beiden Seiten des Schlitzes auf der Messinghülse M aufgetragen ist. Da diese Ablesung für genaue Beobachtungen viel Zeit beansprucht, so wurde die Bewegung des Kolbens durch einen ungleicharmigen Hebel mit 15-facher Vergrößerung auf den Kreisbogen U übertragen, den man sich ebenso wie den Querarm q um 90° aus der Ebene der Fig. 2 herausgedreht zu denken hat. Die neue Vorrichtung wird mit einem Klemmring auf der Messinghülse M befestigt.

Steht die Wage unter Druck, so tritt Rizinusöl an dem oberen Ende des Kolbens aus. Es sammelt sich in der Rinne r und fließt durch das Röhrchen n ab. Um jederzeit Öl nachfüllen zu können, ohne eine Verbindung lösen zu müssen, ist die kleine Handpumpe O eingefügt worden. Vor ihrem Gebrauch ist der Kolben K zunächst möglichst tief nach unten zu schrauben und der Druck durch Sperren des Ventils h_1 abzustellen, so daß die Druckwage durch Öffnen des Ventils h_2 mit der Ölspülung O verbunden werden kann. Es wird nun Öl unter den unbelasteten Kolben gedrückt, der sich infolgedessen wieder hebt. Nötigenfalls ist das Verfahren zu wiederholen.

Zur Erhitzung des Stahlzyinders S diente unter 280° ein Ölbad, das elektrisch durch Nickelwiderstände geheizt wurde. Sie saßen auf zwei Porzellanrohren, die sich in der durch

eine kräftige Rührvorrichtung bewegten Flüssigkeit befanden. Für höhere Temperaturen wurde ein Salpeterbad benutzt. Der Heizwiderstand bestand hier auch aus Nickeldraht, war aber von außen um das die Badflüssigkeit enthaltende Eisengefäß unter Zwischenfüllung von isolierender Asbestpappe gewickelt. Natürlich war das Salpeterbad viel träger. Der jeweilig benutzte Ofen stand auf einem Aufzug, mit dem er von unten über den Stahlzylinder S geschoben wurde. Bevor der Salpeter erstarrte, wurde das Gefäß herausgenommen und bei der folgenden Heizung in das heiße Bad wieder eingetaucht.

Beobachtungen.

Um den Apparat möglichst luftfrei zu füllen, wurde zunächst der Teil, der aus den Rohren R_1 , R_2 und dem Behälter B , sowie den Verbindungskapillaren D_3 und D_4 besteht, zusammengesetzt und durch die Öffnungen o_1 und o_2 ausgepumpt. Man ließ alsdann die hinreichende Quecksilbermenge durch das Röhrchen D_6 eintreten und füllte das Rohr R_1 durch die Öffnung o_1 mit Wasser, das Rohr R_2 durch die Öffnung o_2 mit Öl voll. Nachdem darauf an der Seite o_2 die Verbindung D_2 zur Druckwage nach Entfernen aller Luftpässchen angelegt war, wurde zuletzt an die Öffnung o_1 die Kapillare D_5 des mit Wasser gefüllten Zylinders S angeschraubt. Er faßte bei Zimmertemperatur zusammen mit der 1,9 m langen Kapillare D_5 46 g Wasser, und wurde während des Füllens mit einer passenden Vorlage aus Glas verbunden, in der man das Wasser im Vakuum sieden ließ, um die Luft zu entfernen. Wenn man nach der Zusammensetzung des ganzen Apparates den Kolben K belastet, so sieht man aus dessen Bewegung sofort, ob Luft vorhanden ist und kann ihren Sitz mit Hilfe der Zwischenhähne h_3 und h_4 auffinden.

Bevor das Gefäß S in das heiße Bad eingeführt wurde, ging man mit dem Stempel W zurück, um Platz für die Wasserausdehnung zu schaffen. Nach dem Erkalten wurde das ursprüngliche Volumen wiederhergestellt und das inzwischen am Kolben K ausgeflossene Öl nachgefüllt.

Kurz vor jeder Beobachtungsreihe schob man den Stempel W so weit in den Behälter B hinein, daß sich der Flüssigkeitsdruck bemerkbar machte. Von dieser Stellung aus

bei der der Dampf verschwunden ist, konnte dann ein beliebig großer Dampfraum im Zylinder *S* dadurch hergestellt werden, daß die Schraube *C* um eine gemessene Länge aus ihrem Lagerloch *N* herausgedreht wurde. Bei den höchsten Temperaturen wird das Zusatzvolumen im Behälter *B* fast vollständig von der Ausdehnung des Wassers konsumiert. In solchem Falle ließen wir auch wohl Öl durch die Pumpe *O* hinaus und hatten alsdann wieder die Möglichkeit, den Dampfraum beliebig groß zu machen.

Er bleibt freilich auch ohne Veränderung der Schraube *C* nicht konstant, weil stets Öl an dem Kolben *K* vorbeigeht. Die Menge *m*, die in einer Stunde bei dem Drucke *p* ausfließt, kann man aus den folgenden Zahlen entnehmen:

<i>p</i>	<i>m</i>
50 kg/qcm	0,6 ccm
100 "	1,3 "
150 "	2,2 "
200 "	3,4 "
225 "	4,2 "

In der Nähe der kritischen Temperatur, wo die Drucke nach kleinen Änderungen des Volumens beobachtet werden sollten, brauchte die Schraube *C* gar nicht gedreht zu werden. Man wartete hier nur den Ausfluß des Öles ab.

Außer dem Atmosphärendruck ist zu der Belastung des Kolbens *K* noch das Gewicht der Flüssigkeitssäule hinzuzufügen, die sich zwischen der Druckwage und dem Wasserspiegel im Zylinder *S* befindet, und die teils aus Öl, teils aus Quecksilber, teils aus Wasser besteht. Der Einfluß des größten Stückes, das zwischen dem Kolben *K* und der Öffnung *o*₁ der Röhre *R*₁ liegt, wurde in der Weise bestimmt, daß man nach Entfernung der Kapillare *D*₅ ein mit Wasser gefülltes Glasrohr mittels eines Gummischlauches auf das Gewinde der Öffnung *o*₁ aufsetzte. Die Höhe dieser Wassersäule wurde so abgeglichen, daß sie dem unbelasteten Kolben *K*, der 93 g wiegt, das Gleichgewicht hielt, was sich auf weniger als 1 cm genau ausführen ließ; sie lieferte dann den gesuchten Druckunterschied, wenn 93 cm von ihrer Länge entsprechend dem Kolgengewicht in Abzug gebracht wurden. Auch konnte man auf diese Weise

bestimmen, wie diese Höhe durch eine Verstellung des Stempels W beeinflußt wurde. Die dabei auftretenden Änderungen sind nur klein, weil die Quecksilberoberflächen, die annähernd in der Mittelebene der horizontalen Rohre R_1 und R_2 liegen, groß sind und sich daher nur wenig verschieben, wenn Quecksilber aus dem Rohre R_1 oder R_2 in den Behälter B übertritt.

Für die Reduktion der Angaben der Druckwage auf absolute Werte ist die Kenntnis eines Faktors c hinreichend, der von dem unbekannten Querschnitt des Kolbens abhängt. Wir bestimmten den Wert von c in der Weise, daß wir die Wage zusammen mit dem Quecksilbermanometer an eine mit Kohlensäure gefüllte künstliche Atmosphäre anschlossen. Die am Manometer abgelesenen Quecksilberhöhen, an denen die Korrektion auf 0° und normale Schwere angebracht ist, sind in kg/qcm verwandelt und den Angaben der Druckwage gegenübergestellt. Die Zahlen sind Mittelwerte aus je fünf Einzelablesungen, die untereinander schon bis auf 1 g übereinstimmen.

Hg-Manometer	Druckwage	c
12,657 ₂ , kg/qcm	12,650 ₉ , kg	0,9995 ₀ , qcm
14,857 ₈ , "	14,858 ₉ , "	0,9997 ₄ , "
16,168 ₄ , "	16,162 ₉ , "	0,9996 ₅ , "
16,169 ₃ , "	16,163 ₉ , "	0,9996 ₇ , "
Mittel		0,9996 ₄ , qcm

An der Druckwage konnten bei diesen Messungen noch Verschiebungen des Kolbens beobachtet werden, wenn die Belastung um 1 oder 2 g geändert wurde. Bei der Beobachtung der Dampfdrucke von ähnlicher Größe ließ sich diese Genauigkeit wegen der unvermeidlichen Temperaturschwankungen des Bades nicht vollständig ausnutzen. Aber immerhin war es möglich, in der Nähe von 200° noch mit 5 g zu interpolieren. Bei höherer Temperatur nahm man die Grenzen allmählich weiter und ging zuletzt auf 50 g bei 370° .

Es kann vorkommen, daß die Druckwage unempfindlicher ist. Wahrscheinlich wird diese Erscheinung durch kleine Körnchen verursacht, die zwischen Kolben und Zylinderwand geraten. Denn erneuert man in einem solchen Falle die Ölfüllung, was sich leicht mit der Pumpe O bewerkstelligen läßt, so ist der normale Zustand wiederhergestellt.

Die Temperatur wurde in derselben Weise wie bei der vorhergehenden Untersuchung gemessen, auf deren Mitteilung verwiesen wird. Es kam das Platinthermometer Nr. 11 zur Verwendung. Wird sein Widerstand w auf die l. c. erwähnte 5 Ohm-Büchse bezogen, so ergibt sich die Platintemperatur t_p aus der Formel

$$t_p = 112,005 w - 257,15.$$

Das Thermometer wurde auch mit dem Normal Nr. 7 verglichen. Bei 200° stimmten beide innerhalb 0,01, bei 378° bis auf 0,03° überein.

Die Einzelbeobachtungen sind in Tab. 1 zusammengestellt. Es bezeichnet t hier die Temperatur, p den beobachteten Sättigungsdruck in kg und p' den Druck, der nach der Gleichung

$$(t + 273) \log \frac{p'}{1,0333} = 5,3867(t - 100) - 0,5262 \cdot 10^{-8} \{(365 - t)^4 - 265^4\}$$

berechnet wurde. Sie ist analog der Thiesenschen Formel gebildet, indem die Koeffizienten der rechten Seite so gewählt wurden, daß die früher zwischen 100 und 200° angestellten Beobachtungen befriedigend dargestellt werden. Die Übereinstimmung der früher über 100° beobachteten Werte p und der berechneten p' geht aus der folgenden Zusammenstellung hervor, in der die Drücke in Übereinstimmung mit der vorhergehenden Mitteilung in mm Quecksilber angegeben sind:

t	p	p'	t	p	p'
100°	760	760	160°	4633	4631
110	1074,5	1074,3	170	5937	5935
120	1488,9	1488,5	180	7514	7512,5
130	2025,6	2024,8	190	9404	9404
140	2709,5	2708,4	200	11647	11649
150	3568,7	3567,0			

Die fünfte Spalte der Tab. 1, die unter $p - p'$ die Abweichungen der neuen Beobachtungen oberhalb 200° von der Formel in Gramm enthält, gibt einen Anhalt für die Genauigkeit der Einzelmessungen. Unter v ist das Zusatzvolumen im Behälter B angegeben, das bei der Herstellung des Dampfraumes eingestellt wurde. Gewöhnlich sind zwei verschiedene Dampfräume benutzt worden.

Tabelle 1.

1909	<i>t</i>	<i>p</i> (beob.) kg	<i>p'</i> (Formel) kg	<i>p - p'</i> g	<i>v</i> ccm
Novbr. 11	200,97°	16,159	16,159	0	3,70
	98	164	162	+ 2	
	99	169	166	3	
	99	172	166	6	
	201,00°	177	171	+ 6	
	08	177	179	- 2	
	201,00°	16,181	16,171	+ 10	7,30
	200,99	175	166	9	
	97	170	159	11	
	95	161	152	9	
	93	156	146	10	
	92	150	142	+ 8	
Mittel	200,98	16,168	16,162	+ 6	
Novbr. 10	202,13	16,549	16,553	- 4	6,40
	14	549	556	- 7	
	15	556	559	- 3	
	15	556	559	- 3	
	16	557	563	- 6	
	16	561	563	- 2	
	202,15	16,557	16,559	- 2	14,45
	15	557	559	- 2	
	13	551	553	- 2	
	13	548	553	- 5	
	12	547	549	- 2	
Mittel	202,14	16,553	16,556	- 3	
	214,01	21,089	21,034	+ 5	9,0
	02	089	038	1	
	03	044	042	2	
	04	049	046	3	
	04	054	046	8	
	03	049	042	+ 7	
	214,06	21,055	21,055	0	15,8
	06	051	055	- 4	
	14	086	088	- 2	
	13	088	084	+ 4	
	14	090	088	+ 2	
	15	090	092	- 2	
Mittel	214,07	21,061	21,059	+ 2	
				62*	

Tabelle 1 (Fortsetzung).

1909	<i>t</i>	<i>p</i> (beob.) kg	<i>p'</i> (Formel) kg	<i>p - p'</i> g	<i>r</i> eem
Novbr. 11	219,86 ⁹ 86 86 87 88 88	23,567 577 577 572 577 581	23,556 556 556 561 565 565	+11 21 21 11 12 16	3,54
	219,89 88 87 84 83 79	23,588 588 579 568 563 553	23,570 565 561 547 548 524	18 23 18 21 20 +29	6,40
Mittel	219,86	23,574	23,556	+18	
Novbr. 4	230,89 91 93 95 95 92	28,954 970 982 992 982 982	28,943 954 964 975 975 959	+11 16 18 17 7 23	5,10
	230,90 91 91 88 86 85	28,953 988 983 928 923 903	28,948 954 954 938 927 922	+ 5 -21 -21 -15 -4 -19	10,80
Mittel	230,90	28,952	28,951	+ 1	
Novbr. 3	241,04 ₅ 00 02 02 03 04 ₅	34,707 697 700 706 709 721	34,697 670 682 682 688 697	+10 27 18 24 21 24	4,77
	241,15 15 09 04 ₅ 00 00 02	34,767 777 737 707 687 667 687	34,761 761 725 697 670 670 682	6 16 12 10 +17 - 3 + 5	10,25
Mittel	241,05	34,713	34,699	+14	

Tabelle 1 (Fortsetzung).

1909	<i>t</i>	<i>p</i> (beob.) kg	<i>p'</i> (Formel) kg	<i>p - p'</i> g	<i>v</i> ccm
Oktbr. 29	250,33°	40,699	40,684	+ 15	3,54
	31	679	670	9	
	33	699	684	15	
	32	699	677	22	
	28	679	650	29	
	250,28	670	650	20	8,00
	49	810	794	16	
	47	790	780	10	
	48	790	787	+ 3	
	51	800	808	- 8	
	51	810	803	+ 2	
	52	800	814	- 14	
	54	820	828	- 8	
Mittel	250,41	40,750	40,741	+ 9	
Novbr. 2	262,02	49,343	49,301	+ 42	4,80
	01	333	293	40	
	261,99	333	277	56	
	93	293	230	63	
	93	293	230	63	
	261,99	49,324	49,277	47	9,90
	97	314	261	53	
	97	304	261	43	
	98	324	269	55	
	97	314	261	53	
	96	314	254	60	
Mittel	261,97	49,315	49,262	53	
Oktbr. 28	271,82	57,604	57,536	68	4,60
	82	584	536	48	
	81	584	528	56	
	79	569	510	59	
	77	549	492	57	
	72	509	448	61	
	271,80	57,580	57,519	61	9,20
	80	580	519	61	
	79	555	510	45	
	74	530	465	65	
	73	510	457	53	
Mittel	271,78	57,560	57,502	58	

Tabelle 1 (Fortsetzung).

1909	<i>t</i>	<i>p</i> (beob.) kg	<i>p'</i> (Formel) kg	<i>p - p'</i> g	<i>v</i> ccm
Novbr. 1	281,35°	66,639	66,493	+ 146	4,77
	37	659	512	147	
	35	659	493	166	
	32	619	463	156	
	31	619	453	166	
	281,38	66,660	66,522	138	9,55
	38	665	522	143	
	34	685	483	152	
	31	584	453	131	
	31	584	453	131	
	34	614	483	131	
	34	609	483	126	
Mittel	281,34	66,629	66,485	144	
Oktbr. 30	292,02	78,000	77,718	282	3,54
	02	77,995	718	277	
	05	78,030	752	278	
	07	065	774	291	
	09	075	796	279	
	10	090	807	283	
	292,10	78,091	77,807	284	7,10
	09	091	796	295	
	09	071	796	275	
	10	091	807	284	
	09	071	796	275	
Mittel	292,07	78,061	77,779	282	
Oktbr. 20	301,82	89,75	89,23	520	5,30
	80	75	20	550	
	80	75	20	550	
	86	78	28	500	
	80	74	20	540	
	88	76	24	520	
Mittel	301,82	89,75	89,22	530	
Novbr. 5	311,10	102,10	101,24	860	3,20
	11	10	26	840	
	14	15	30	850	
	16	19	33	860	
	17	19	34	850	
	16	19	33	860	
	311,17	102,19	101,34	850	6,40
	15	15	31	840	
	15	15	31	840	
	14	14	30	840	
	10	08	24	840	
	09	08	23	850	
Mittel	311,14	102,15	101,30	850	

Tabelle 1 (Fortsetzung).

1909	<i>t</i>	<i>p</i> (beob.) kg	<i>p'</i> (Formel) kg	<i>p - p'</i> g	<i>v</i> ccm
Oktbr. 19	321,57°	117,38	116,20	+1180	1,77
	56	35	19	160	
	56	35	19	160	
	65	48	31	170	
	70	54	38	160	
	65	117,47	31	1160	3,54
	61	39	25	140	
	62	39	27	120	
	59	35	22	130	
	62	39	27	120	
	59	36	22	140	
Mittel	321,61	117,40	116,25	1150	
Novbr. 6	330,52	131,71	130,23	1480	4,25
	52	71	23	480	
	53	71	24	470	
	51	68	21	470	
	51	66	21	450	
	48	62	16	460	
	45	60	11	490	
	330,32	131,35	129,90	1450	8,50
	33	38	91	470	
	35	41	95	460	
	36	41	96	450	
	42	51	130,06	450	
	45	60	11	490	
	45	60	11	490	
Mittel	330,44	131,57	130,10	1470	
Juni 19	335,15	139,65	137,95	1700	—
	08	54	83	710	
Mittel	335,11	139,60	137,89	1710	
Septbr. 18	336,10	141,51	139,58	1930	4,80
	12	52	61	910	
	16	60	68	920	
	16	66	68	980	
	20	70	75	950	
	17	66	70	960	
Mittel	336,15	141,61	139,67	1940	

Tabelle 1 (Fortsetzung).

1909	<i>t</i>	<i>p</i> (beob.) kg	<i>p'</i> (Formel) kg	<i>p - p'</i> g	<i>v</i> eem
Oktbr. 18	341,36°	151,10	148,88	+2270	1,77
	34	09	79	300	
	24	150,86	61	250	
	27	91	67	240	
	35	151,05	81	240	
	341,39	151,15	148,89	2260	3,31
	35	06	81	250	
	30	00	78	270	
	33	00	77	230	
	36	10	83	270	
Mittel	341,33	151,03	148,77	2260	
Septbr. 20	347,40	162,83	160,00	2830	4,60
	35	70	159,90	800	
	28	60	77	830	
	27	51	75	760	
	17	36	56	800	
	13	27	49	780	
	18	33	58	750	
	20	40	62	780	
	24	47	70	770	
Mittel	347,25	162,50	159,71	2790	
Septbr. 22	348,38	164,92	161,87	3050	4,77
	31	87	73	140	
	21	57	54	030	
	21	62	54	080	
	35	82	81	010	
	38	97	87	100	
	51	165,18	162,12	3060	
Mittel	348,34	164,85	161,78	3070	
Oktbr. 11	353,92	176,23	172,73	3500	1,24
	90	20	69	510	
	83	06	56	500	
	83	06	56	500	
	82	01	53	480	
	353,81	176,12	172,51	3610	2,65
	98	36	84	520	
	96	37	82	550	
	86	17	62	550	
	91	25	71	540	
	88	17	64	580	
Mittel	353,88	176,18	172,65	3530	

Tabelle 1 (Fortsetzung).

1909	<i>t</i>	<i>p</i> (beob.) kg	<i>p'</i> (Formel) kg	<i>p - p'</i> g	<i>v</i> cem
Septbr. 14	356,80°	182,61	178,58	+4030	3,54
	75	57	49	080	
	76	58	51	020	
	75	47	49	3980	
	68	32	35	970	
	60	17	17	4000	
Mittel	356,72	182,44	178,43	4010	
Oktbr. 12	358,25	185,67	181,51	4080	1,24
	36	86	81	050	
	31	82	71	110	
	14	47	36	110	
	358,34	185,91	181,78	4130	2,65
	44	186,12	99	130	
	41	11	92	190	
	358,24	185,67	181,47	4200	3,90
	25	69	59	100	
	27	74	62	120	
	358,23	185,59	181,55	4040	5,30
	25	71	59	120	
	24	67	57	100	
	27	71	62	090	
Mittel	358,29	185,76	181,65	4110	
Oktbr. 18	362,38	195,32	190,34	4980	1,42
	30	08	15	880	
	30	194,98	15	830	
	24	93	03	900	
	23	88	00	880	
	362,25	194,93	190,05	4880	2,84
	21	88	189,96	920	
	19	78	91	870	
	21	78	96	820	
	362,27	194,91	190,10	4810	4,26
	24	93	08	900	
	16	78	189,86	920	
	362,23	194,80	190,00	4800	5,47
	27	90	10	800	
	29	195,03	15	880	
	21	194,80	189,96	840	
Mittel	362,25	194,92	190,05	4870	

Tabelle 1 (Fortsetzung).

1910	<i>t</i>	<i>p</i> (beob.) kg	<i>p'</i> (Formel) kg	<i>p - p'</i> g	<i>z</i> Min.
Januar 3	364,81°	209,54	195,61	+ 14930	0
	81	204,59	61	8980	7,5
	82	201,08	63	5450	17,5
	82	200,83	63	5200	26
	76	73	50	5230	37,5
	70	58	37	5210	48
	67	53	30	5230	86,5
	81	73	61	5120	98
	76	53	50	5030	109
	69	53	35	5180	119
	70	53	37	5160	142
	65	53	26	5270	163
Mittel	364,73	200,79	195,56	5230	
1909					mm
Oktbr. 16	364,93	201,44	195,89	5550	1,24
	365,33	202,86	196,77	590	
	31	25	72	530	
	31	21	72	490	
	31	21	72	490	
	365,29	202,17	196,67	5500	2,48
	31	17	72	450	
	31	20	72	480	
	365,31	202,10	196,72	5380	3,72
	31	12	72	400	
	32	18	76	420	
Mittel	365,31	202,13	196,73	5440	
Oktbr. 14	368,32	209,72	203,43	6290	1,24
	26	57	28	290	
	21	43	18	250	
	23	51	23	280	
	33	71	46	250	
	36	73	51	220	
	36	74	51	280	
	368,39	209,73	203,58	6150	2,48
	38	73	56	170	
	36	68	51	170	
Mittel	368,38	209,71	203,55	6160	

Tabelle 1 (Fortsetzung).

1910	<i>t</i>	<i>p</i> (beob.) kg	<i>p'</i> (Formel) kg	<i>p - p'</i> g	<i>z</i> Min.
Januar 4	370,17°	221,92	207,63	+14290	0
	38	218,53	208,11	10420	8
	42	216,83	21	8120	16,5
	38	214,73	11	6620	25,5
	29	53	207,91	6620	37
	27	33	86	6470	47,5
	27	33	86	6470	56,5
	26	33	84	6490	65,5
	33	55	208,00	6550	78
	18	13	207,65	6480	98
	16	08	61	6420	106
	21	08	72	6310	115
	19	08	68	6350	143
Mittel	370,26	214,28	207,80	6480	
1909					<i>v</i> ccm
	Septbr. 28	370,92	216,84	209,36	7480
		88	65	26	7390
		75	29	208,96	7380
		69	24	83	7410
	370,90	216,28	209,31	6970	5,50
		95	48	42	7060
		371,02	53	59	6940
Mittel	370,96	216,43	209,44	6990	
Dezbr. 16					<i>z</i> Min.
	373,32	225,78	214,95	10830	0
		44	224,88	215,27	9610
		42	223,78	19	8590
		34	222,78	214,99	7790
		42	78	215,21	7570
		48	88	32	7560
		31	47	214,92	7550
		36	57	215,04	7530
		39	57	11	7460
		38	221,77	214,97	6800
		45	219,88	215,25	4630
Mittel	373,39	222,67	215,12	7550	

Tabelle 1 (Fortsetzung).

1909	<i>t</i>	<i>p</i> (beob.) kg	<i>p'</i> (Formel) kg	<i>p - p'</i> g	<i>z</i> Min.
Dezbr. 17	374,14°	225,26	216,88	+ 8380	0
	17	224,96	96	8000	6,5
	00	26	55	7710	16
	14	76	88	7880	25
	15	46	67	7790	35
	11	66	81	7850	46
	02	26	60	7660	56
	09	56	77	7790	64,5
	06	36	69	7670	74,5
	01	223,76	57	7190	86
	05	222,76	67	6090	96
Mittel	374,07	224,47	216,71	7760	
1910					
Januar 7	374,53	236,39	217,81	18580	0
	63	233,54	218,05	15490	7,5
	66	231,54	12	13420	18,5
	61	228,53	00	10530	22
	64	227,33	07	9260	31,5
	65	226,54	10	8440	42
	63	24	05	8190	51,5
	67	23	14	8090	61,5
	56	225,93	217,88	8050	80
	55	74	86	7880	93
	62	84	218,03	7810	99,5
	65	74	10	7640	109
	63	34	05	7290	116
	64	224,93	07	6860	121
1909					
Dezbr. 13	375,31	232,14	219,67	12470	0
	39	231,17	87	11800	5
	48	230,28	220,08	10200	11
	40	229,48	219,88	9600	18
	54	228,83	220,22	8610	25
	49	38	09	8290	33
	49	28	09	8190	40,5
	49	227,98	09	7890	51
	51	98	15	7880	60
	56	98	27	7710	71,5
	62	228,06	42	7640	80
	60	227,86	36	7500	88
	50	227,26	12	7140	99
	52	226,88	18	6200	111
	51	224,13	15	3980	122

Tabelle 1 (Fortsetzung).

1909	<i>t</i>	<i>p</i> (beob.) kg	<i>p'</i> (Formel) kg	<i>p - p'</i> g	<i>z</i> Min.
Dezbr. 14	376,57°	235,14	222,71	+ 12430	0
	43	232,44	37	10070	13
	65	64	90	9740	24
	55	231,39	66	8730	34
	55	39	66	8730	43
	57	39	71	8680	52
	56	19	68	8510	63
	57	230,78	71	8070	72
	55	18	66	7520	82
	53	229,88	61	7270	91
	51	228,68	56	6120	100,5
	46	227,18	44	4740	111

In der Nähe des kritischen Punktes, wo der horizontale Ast der Isotherme immer kürzer wird, wurde schon mit der Beobachtung begonnen, wenn noch kein Dampfraum vorhanden war. Man erhält dann natürlich zuerst Werte, die für die Berechnung des Sättigungsdruckes ausscheiden. Vielfach ist in diesem Bereich von dem Zusatzvolumen überhaupt kein Gebrauch gemacht, sondern man beobachtete von der Flüssigkeitsphase ausgehend so lange, bis der Gaszustand infolge des Ölausflusses in der Druckwage erreicht war, so daß der vollständige Verlauf der Isotherme aufgenommen wurde, wobei zu berücksichtigen ist, daß die Messungen bei starkem Druckabfall etwas ungenauer werden. In diesen Fällen ist in der letzten Spalte der Tab. 1 statt des Zusatzvolumens *v* die Zeit *z* (in Min.) angegeben, in der die Beobachtungen aufeinander folgten. Die entsprechenden Isothermen sind in Fig. 3 unter der Voraussetzung aufgetragen, daß das Volumen proportional mit der Beobachtungszeit wächst. Die Abszisse ist natürlich für den Anfangspunkt der Kurve nicht bekannt, und in bezug auf die gegenseitige Lage der verschiedenen Kurven kann die Darstellung deshalb nur eine schematische Übersicht geben. Aber darauf kommt es auch für die vorliegende Frage nicht an, wo nur der kritische Punkt aus dem Verschwinden des horizontalen Kurvenstücks erkannt werden soll. Die am Ende jeder Beobachtungsreihe angegebenen Mittel der Tab. 1 be-

ziehen sich auch nur auf Werte, die auf diesem horizontalen Ast liegen.

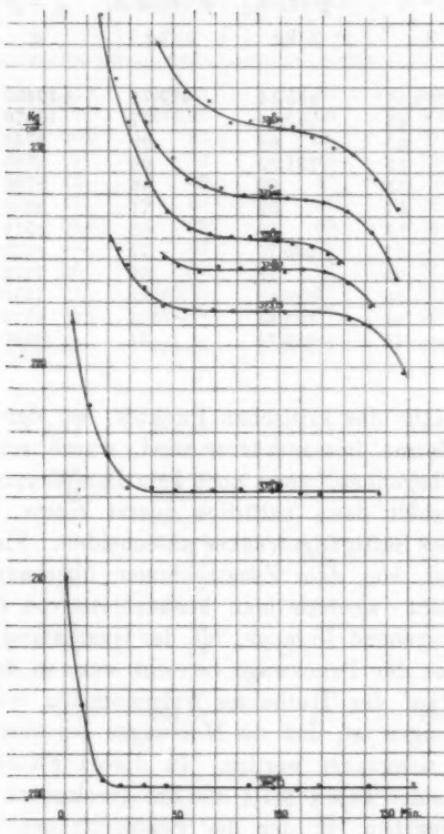


Fig. 3. Isothermen.

Die Angaben früherer Beobachter, daß das Wasser nicht auf die Wand des Stahlgefäßes einwirkt, können wir nicht bestätigen. Nach vielfachen Heizungen oberhalb 300° geht Eisen, wenn auch in sehr geringer Menge, in Lösung, die sich dann beim Stehen an der Luft etwas färbt, bis das Eisenoxyd ausfällt. Es bildet sich dabei offenbar auch Gas in dem Gefäß. Denn eine längere Zeit oberhalb 300° benutzte Wasserfüllung liefert bei tieferer Temperatur Sättigungsdrucke,

die nicht mehr ganz vom Dampfvolumen unabhängig sind. Als Beispiel sei hier eine Beobachtung angeführt, die bei 203° mit einer solchen Wasserfüllung angestellt wurde.

<i>t</i>	<i>p</i> (beob.) kg	<i>p'</i> (Formel) kg	<i>p</i> - <i>p'</i> g	<i>v</i> ccm
203,57°	17,153	17,054	+ 99	3,5
54	148	044	104	
50	132	030	102	
48	123	023	100	
47	119	019	100	
47	123	019	104	
47	17,078	17,019	59	7,4
46	073	016	57	
46	073	016	57	
47	17,054	17,019	35	11,3
48	054	023	31	
48	059	023	36	

Der Sättigungsdruck nimmt mit wachsendem Dampfraum beständig ab und ist in allen Fällen größer als der normale Wert, der aus Tab. 2 berechnet werden kann. Das Wasser ist deshalb häufig erneuert; der Tag, wo eine Füllung beginnt, ist in Tab. 1 unterstrichen.

Ergebnisse.

Die Mittel der Werte $p - p'$ sind in Fig. 4 aufgetragen und durch die ausgezogene Kurve ausgeglichen, die sich gut an die früher bis 205° reichenden Beobachtungen anschließt. Die gestrichelten Kurven der Figur beziehen sich auf die ausgeglichenen Werte früherer Beobachter, die Henning¹⁾ zusammengestellt hat. Am besten passen zu unseren Ergebnissen die von Ramsay und Young, die jedoch nur bis 270° reichen.

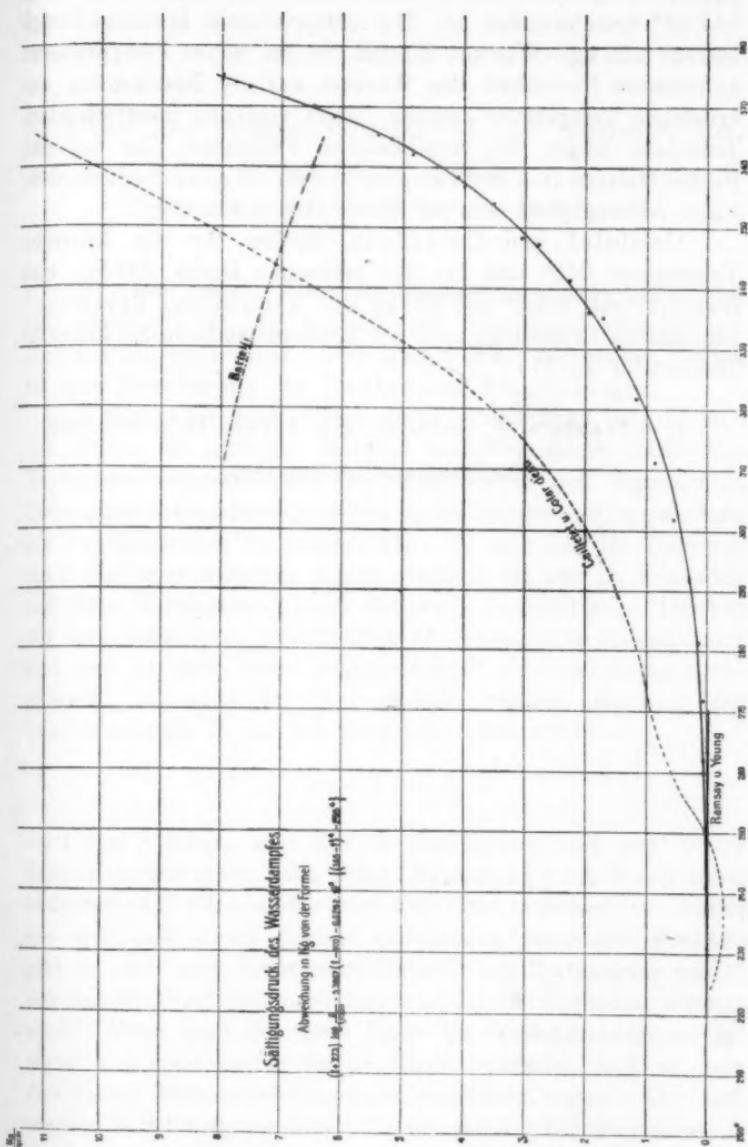
In Tab. 2 sind unsere Werte für den Sättigungsdruck von Grad zu Grad angegeben.

Die kritische Temperatur liegt nach dem Verlauf der in Fig. 3 dargestellten Isothermen bei 374°. Die Kurve von

1) F. Henning, Ann. d. Phys. 22. p. 609. 1907.

Tabelle 2.
Sättigungsdruck des Wasserdampfes (kg/qm).

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
200 ⁰	15,836	16,170	16,510	16,855	17,205	17,561	17,928	18,291	18,664	19,044
210	19,429	19,820	20,218	20,621	21,031	21,446	21,869	22,298	22,738	23,175
220	23,623	24,078	24,540	25,008	25,483	25,965	26,454	26,951	27,454	27,965
230	28,483	29,008	29,541	30,080	30,628	31,183	31,746	32,316	32,895	33,481
240	34,076	34,678	35,289	35,907	36,535	37,172	37,816	38,467	39,128	39,797
250	40,476	41,162	41,859	42,565	43,279	44,001	44,734	45,476	46,227	46,987
260	47,758	48,537	49,326	50,125	50,934	51,752	52,581	53,419	54,267	55,126
270	55,995	56,874	57,764	58,665	59,576	60,497	61,430	62,374	63,329	64,295
280	65,274	66,263	67,263	68,276	69,299	70,336	71,386	72,449	73,522	74,608
290	75,70 ₆	76,81 ₆	77,94	79,08	80,23	81,39	82,57	83,76	84,96	86,18
300	87,41	88,65	89,90	91,17	92,45	93,74 ₆	95,05 ₆	96,38	97,71 ₅	99,06
310	100,42	101,80	103,19	104,60	106,02	107,46	108,91	110,37	111,85	113,35
320	114,86	116,39	117,94	119,50	121,07	122,66	124,27	125,90	127,55	129,21
330	130,89	132,58	134,28	136,01	137,75	139,51	141,30	143,10	144,91	146,74
340	148,60	150,46	152,34	154,25	156,17	158,12	160,09	162,07	164,07	166,09
350	168,12	170,17	172,25	174,34	176,46	178,60	180,75	182,94	185,15	187,39
360	169,68	191,91	194,21	196,54	198, ¹¹	201,82	203,74	206,20	208,68	211,19
370	218,78	216,80	216,89	221,54	224,24					



374,07° zeigt noch ein horizontales Stück, das bei der von 374,62° verschwunden ist. Der entsprechende kritische Druck beträgt 225 kg. Welchen Einfluß die bei hohen Temperaturen auftretende Unreinheit des Wassers auf die Bestimmung der kritischen Temperatur ausübt, bleibt vorläufig unentschieden. Jedenfalls zeigen die verschiedenen Füllungen, die bei den Beobachtungen in hoher Temperatur sehr oft gewechselt wurden, keine Abhängigkeit von der Dauer der Erhitzung.

Cailletet und Colardeau fanden für die kritische Temperatur 365° und für den kritischen Druck 207 kg, und Battelli gab 364,3° und 201 kg an. Traube und Teichner¹⁾ bestimmten neuerdings nach der Meniskusmethode die kritische Temperatur zu 374°.

1) J. Traube u. G. Teichner, Ann. d. Phys. 13. p. 620. 1904.

(Eingegangen 21. Januar 1910.)

**5. Über die Torsionselastizität der Guttapercha;
von Georg Grobe.**

(Auszug aus einer Göttinger Inaugural-Dissertation.)

In einer Arbeit „Über die elastischen Eigenschaften der Guttapercha“ hat Hr. Kautz¹⁾ die Dehnungselastizität der Guttapercha untersucht. Der Zweck der vorliegenden Arbeit ist eine Erweiterung der Kautzschen Beobachtungen.

Während Hr. Kautz sich darauf beschränkt hat, die eine der beiden ein isotropes Material bezüglich seines elastischen Verhaltens charakterisierenden Konstanten, den sogenannten Dehnungselastizitätskoeffizienten zu bestimmen und im einzelnen die Erscheinungen zu untersuchen, die sich bei der Dehnung eines Guttaperchafadens zeigen, wollen wir uns im folgenden mit dem Torsionsmodul des Materials beschäftigen. Denken wir uns einen zylindrischen Stab an einem Ende festgeklemmt und nun an dem freien Endquerschnitt ein Drehmoment angebracht, so wird der Stab gedrillt werden; dann ist die Direktionskraft D , die ihn zurückzudrehen strebt

$$D = [F] \cdot \frac{\pi}{2} \frac{r^4}{l},$$

wo l und r Länge und Radius des Stabes sind und F der Torsionsmodul heißt. Die eckige Klammer $[]$ um F soll dabei bedeuten, daß alles in absoluten Einheiten gemessen ist. Außer der sich aus dieser Formel ergebenden statischen Methode gibt es auch eine dynamische Methode zur Bestimmung von F , die manche Vorteile bietet und deshalb im folgenden benutzt wird. Wenn man das freie Ende des Guttaperchafadens geeignet mit einer großen tragen Masse verbindet, so kann man den Faden Torsionsschwingungen ausführen lassen. Die sich ergebende Schwingungsdauer T steht mit der Direktionskraft D

1) W. Kautz, Götting. Inaug.-Diss. 1908.

des Stabes und dem Trägheitsmoment K der trägen Masse in der Beziehung, daß $T = \pi \sqrt{K/D}$ ist, so daß der Torsionsmodul

$$[F] = 2\pi \frac{K \cdot l}{T^2 \cdot r^4} \text{ cm}^{-1} \text{ g sec}^{-2}.$$

wird. Statt in absolutem Maße in technischen Einheiten gemessen wird

$$F = [F] \cdot \frac{1}{98100000}.$$

Mißt man von vornherein die Längen l und r in Millimetern, das Trägheitsmoment K in $\text{kg} \cdot \text{mm}^3$, so wird unter Benutzung dieser Maßzahlen

$$F = \frac{2\pi}{g} \frac{Kl}{T^2 r^4} \text{ kg.Gew./mm}^2;$$

es ist in dieser Formel auch die Schwerkraftbeschleunigung g auszudrücken in den technischen Einheiten, also zu setzen $g = 9810 \text{ mm/sec}^2$.

Die erste Aufgabe, die wir uns stellen, ist: zu untersuchen, ob der Torsionsmodul F für die Guttapercha den Charakter einer absoluten Konstanten hat, oder ob der Wert von F noch abhängt von den Bedingungen, unter denen sich das Material befindet. Als solche Versuchsparameter kommen hauptsächlich die Belastung und die Temperatur des Fadens in Betracht.

Ein zweiter Abschnitt der Untersuchung wird sich mit der elastischen Nachwirkung beschäftigen. Die verschiedenen Möglichkeiten derselben (Formnachwirkung, Kraftnachwirkung) zusammenfassend, wollen wir allgemein die Tatsache der elastischen Nachwirkung so formulieren: Wir haben für den elastischen Körper zwei Gruppen von Variablen, die bezüglich die geometrische Form und die Spannungen im Innern des Körpers bestimmen. Zu jedem Wertesystem der einen Gruppe gehört für den Fall des wirklichen Gleichgewichtes ein bestimmtes Wertesystem der anderen; wenn man aber aus einem Gleichgewichtszustande heraus eines der Wertesysteme willkürlich ändert, so nehmen die Variablen des andern die neuen, jenen veränderten zugeordneten Werte nicht momentan an. Es be-

steht vielmehr eine Funktion zwischen ihnen und der Zeit t , eine Funktion, welche die allmähliche Änderung unserer Variablen angibt, derart, daß sie nach einer gewissen Zeit die endgültigen Werte erreichen, und damit der elastische Körper sich wieder in einem Zustande wirklichen Gleichgewichts befindet.

Wenn wir im folgenden Torsionen eines zylindrischen Fadens als Deformationen unseres untersuchten elastischen Körpers vornehmen, so sind Form und Spannungszustand desselben durch je eine einzige Variable charakterisiert, und es ergeben sich nach dem oben Gesagten verschiedene Möglichkeiten für die Untersuchung der elastischen Nachwirkung. Wir haben folgende Anordnung herausgegriffen. Nachdem sich der Guttaperchafaden im Gleichgewicht befindet, wird ihm eine willkürliche Torsion von bestimmter Größe erteilt und dieselbe eine gemessene Zeit festgehalten. In dieser Zeit wirkt ein gewisses Spannungssystem auf die einzelnen Teilchen des Fadens, das sich infolge der Kraftnachwirkung im Laufe der Zeit etwas ändert, dem jedoch durch äußere Kräfte von geeigneter Größe in jedem Moment das Gleichgewicht gehalten wird. Hebt man nun nach der gemessenen Zeit die äußeren Kräfte auf, so wird sich der Faden den inneren Spannungen folgend zurückordnieren und nach einigen Torsionsschwingungen zur Ruhe kommen. Er wird jedoch nicht die frühere Gleichgewichtslage angenommen haben, sondern ein gewisser Bruchteil der erteilten Torsion besteht anfänglich noch, um allmählich im Laufe der folgenden Zeit zu verschwinden. Wie die Größe der bei dieser Versuchsanordnung auftretenden Nachwirkung von der Dauer und Größe der primären Torsion abhängt, insbesondere auch, welchen Einfluß diese Faktoren sowie die Temperatur auf die Schnelligkeit des Verschwindens einer vorhandenen Nachwirkung ausüben, soll eingehend untersucht werden.

Das Interesse, das die Torsionsnachwirkung verdient, führt einerseits davon her, daß diese Erscheinung bei manchem Meßinstrument auftritt, und es daher wünschenswert ist, ihre Gesetzmäßigkeit zu kennen. Aber nicht nur für statische Beobachtungen besitzt die elastische Nachwirkung eine große Bedeutung, sondern auch bei dem dynamischen Problem der

Schwingungen eines elastischen Körpers muß ihr eine Rolle zugeschrieben werden. Wenn wir unseren Guttaperchafaden durch einen äußeren Impuls in Torsionsschwingungen versetzen und dann frei schwingen lassen, so nimmt die Amplitude der Schwingungen mit der Zeit ab. Die Schwingungen sind also stark gedämpft, und es fragt sich, welche Ursachen man für diese Dämpfung anzunehmen hat. Man hat wesentlich zwei Eigenschaften der festen Körper herangezogen, um mit ihrer Hilfe die Dämpfung zu erklären, die innere Reibung und die elastische Nachwirkung. Es ist eine strittige Frage, welcher der beiden Eigenschaften man den Hauptanteil an dem Phänomen zuschreiben soll, und ob nicht vielleicht eine der beiden allein ausreicht, den ganzen Betrag der beobachteten Dämpfung zu erklären. Für jede der Annahmen haben sich Verteidiger gefunden, doch ist die Frage noch keineswegs erledigt. Im dritten Kapitel unserer Untersuchung wollen wir uns mit der Dämpfung für die Torsionsschwingungen der Guttapercha beschäftigen.

Die Guttapercha zeigt ein eigenümliches Verhalten bei Längsdehnung. Wenn man die Belastung eines Guttaperchafadens langsam steigert, so wächst anfangs die Dehnung ganz normal, bis plötzlich bei etwa $\frac{1}{2}$ kg Belastung pro 1 qmm Querschnitt eine neue Erscheinung eintritt. An einzelnen Stellen schnürt sich der Guttaperchafaden ein, und diese Einschnürungen breiten sich dann über die ganze Länge aus; letztere wird dabei etwa 2—3 mal so groß wie vorher, während die Dicke so abnimmt, daß insgesamt eine gewisse Volumvermehrung resultiert. Die Guttapercha ist durch diesen Vorgang in eine andere Modifikation übergegangen, — wir müssen dabei an eine nicht näher bekannte molekulare Umlagerung denken —, und in dieser neuen Modifikation ist sie durch andere physikalische Konstanten charakterisiert als vorher. Ist die Guttapercha einmal gereckt, so bleibt sie unter gewöhnlichen Umständen in dieser Modifikation; man kann sie jedoch in die frühere Form zurückführen durch Erwärmen, etwa in Wasser, auf 65° , bei welcher Temperatur jene Rückwandlung von selbst eintritt.

Um die elastischen Eigenschaften der Guttapercha vollständig zu kennen, war es erforderlich, die Substanz auch in

dieser zweiten Modifikation zu untersuchen. Anhangsweise finden sich dann noch einige Bemerkungen über das Verhältnis unserer Beobachtungen zur Wiechertschen Nachwirkungstheorie.

Das Material wurde in Form kreiszylindrischer Fäden von 30—40 cm Länge und 3—4 mm Dicke untersucht, und zwar wurden diese Fäden aus den dickeren prismatischen Stäben, in denen die Guttapercha in den Handel kommt, durch Rollen zwischen Spiegelglasplatten hergestellt. Die Guttapercha erweicht bei etwa 60—70°C. vollständig, so daß sie sich dann in jede beliebige Form bringen läßt; nach dem Erkalten ist sie wieder starr und elastisch. Da die Guttapercha sich an der Luft, besonders unter Einfluß des Sonnenlichtes langsam oxydiert und dabei brüchig wird und an Elastizität einbüßt, so wurde das Material unter Wasser im Dunkeln aufbewahrt, und ein neuer Faden erst dann hergestellt, wenn er benutzt werden sollte.

Die Apparate.

Das Grundprinzip des benutzten Apparates ist dieses: Das eine Ende des senkrecht hängenden Guttaperchafadens ist fixiert, an dem anderen befindet sich eine träge Masse, die gemeinsam mit der Direktionskraft des Fadens zu Torsionsschwingungen Anlaß gibt. Das schwingende Gewicht bestand aus einer abgedrehten Messingscheibe *S*, die eine Achse senkrecht zu ihrer Ebene trug (Fig. 1). Um verschiedene Trägheitsmomente zur Verfügung zu haben, konnten noch eine oder mehrere Metallscheiben *P*, *Q*, ... auf die Achse aufgesetzt werden; eine am Ende vorgesetzte Schraube *k* sorgte, daß sie nicht abrutschten. Dieses schwingende System, *S* mit der Achse und eventuell noch anderen Gewichten, hing am unteren Ende des Guttaperchafadens, während das obere Ende an einem 10 mm dicken, runden Messingstab befestigt war, der oben einen Torsionskopf *T* trug. An diesem befand sich eine dünne Messingscheibe *M* mit einer nach ganzen Graden fortschreitenden Kreisteilung und ein Zeiger *Z*, der die Stellung des Kopfes ablesen ließ. Die Scheibe *M* war aufgeschraubt auf ein Brett *B*, das fest in die Wand eingelassen war und ein Loch

hatte, in dem der Torsionskopf saß. So hing also der Gutta-perchafaden an dem gut erschütterungsfreien Brett. Durch

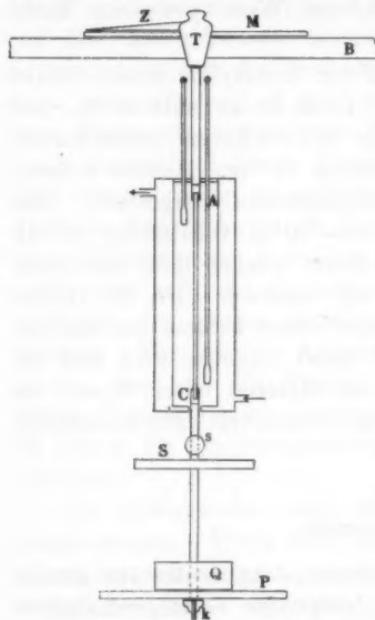


Fig. 1.

Drehen des Torsionskopfes konnte der Faden in Schwingungen versetzt werden, die nach der Methode der Spiegelablesung mit Fernrohr und Skale beobachtet wurden; ein Spiegel *s* war zu dem Ende an der Achse der schwingenden Gewichte angebracht. Es erübrigत noch zu bemerken, wie der Gutta-perchafaden an dem Messing befestigt war. Um das Material an den Enden möglichst wenig zu deformieren und doch eine wohldefinierte Länge zu bekommen, durfte es nicht eingeklemmt werden. Es wurden deshalb die Enden des Fadens in zwei Messingfassungen *A* und *C* eingekittet, die mit einem Gewinde versehen waren und

an die Achse von *S* bzw. an den oberen Messingstab angeschraubt werden konnten. Nach vielfachem Probieren wurde als zweckmäßigstes Mittel ein Wachskolophoniumkitt benutzt, um die Gutta-percha in den Fassungen zu halten. Als Länge des Gutta-perchafadens konnte der Abstand zwischen den Rändern der beiden Fassungen *A* und *C* mit einem Kathetometer gemessen werden. Um Beeinflussung durch schädliche Luftströmung zu verhindern, wurde der ganze Apparat unterhalb des Brettes *B* in einen Holzkasten eingebaut. Drei Seiten desselben waren mit Glasfenstern versehen, von denen die beiden seitlichen zum Herausnehmen eingerichtet waren. In der Höhe des Spiegels *s* war ein besonderes Fensterchen aus dünnem planparallelen Spiegelglas angebracht, um keine Verzerrung des Skalenbildes zu haben.

Innerhalb dieses Holzkastens war der Gutta-perchafaden

umgeben von einem Wärmeschutzgefäß. Dasselbe diente dazu, die Temperatur des Fadens möglichst konstant zu halten und zwar auf einer innerhalb gewisser Grenzen willkürlich einzustellenden Höhe. Das Gefäß bestand aus einem doppelwandigen mit Filz umkleideten Blechzylinder, durch dessen Hohlraum Wasser hindurchgeleitet werden konnte, das aus einem an die Wasserleitung angeschalteten Junkersschen Apparat mit der gewünschten Temperatur herausgeflossen kam. Der Guttaperchafaden hing axial im Innern des Blechgefäßes, umgeben von einem Luftmantel, dessen Temperatur durch drei Thermometer bestimmt wurde, die $\frac{1}{10}^{\circ}$ ablesen ließen. Das Mittel aus den drei Ablesungen wurde als augenblickliche durchschnittliche Temperatur der Guttapercha angenommen. Damit der Faden frei schwingen konnte, war eine Öffnung in dem Boden des Blechgefäßes, durch welche die Achse der Gewichte gerade frei hindurch konnte, ohne jedoch unnötig viel Spielraum frei zu lassen.

Der Beobachtung unterlagen für den ersten Teil der Untersuchung die Dimensionen des Fadens und die Schwingungsdauer, später tritt dann noch die Dämpfung hinzu. Es ist schon erwähnt, daß die Länge mit einem Kathetometer gemessen wurde. Die Dicke wurde folgendermaßen bestimmt. Vor dem Einkitten des Fadens wurde der Durchmesser d desselben möglichst genau durch direkte Messung mit Mikrometerschraube als auch aus Länge, Gesamtgewicht und speischem Gewicht des Fadens bestimmt. Jetzt wurde der Faden eingekittet und seine Länge l zwischen den Messingfassungen gemessen. Ergab sich später bei irgend einer Belastung die Länge l_1 , so wurde die zugehörige Dicke d_1 berechnet aus l_1 und den Werten l und d für den unbelasteten Zustand unter Benutzung der Werte $\mu = 0,424$ und $\mu = 0,3668$, die Kautz¹⁾ als Mittelwerte für den Poissonschen Koeffizienten der ungereckten bzw. gereckten Guttapercha angibt. Es ist nämlich

$$d_1 = d \left(1 - \mu \frac{l_1 - l}{l} \right).$$

Zur Messung der Schwingungsdauer wurde ein elektrischer Chronograph von Fuess benutzt; nur bei zu schnellen Schwin-

1) W. Kautz, l. c. p. 40, 74.

gungen wurde die Bestimmung von T hiermit etwas ungenau, so daß man in diesem Falle mit einer einfachen Sekundenstoppuhr mehr erreichte. Auch hiermit bekam man die Schwingungsdauer als Mittelwert aus einer Reihe Messungen bis auf $\pm 0,005$ Sek. genau.

In der beschriebenen Form wurde der Apparat ursprünglich zu den Messungen der torsionselastischen Eigenschaften benutzt. Es stellte sich jedoch im Laufe der Untersuchung heraus, daß er noch eine Unvollkommenheit besaß, welche die Reinheit der Messungen beeinträchtigte. Um möglichst große Schwingungsdauern zu erzielen, mußten beträchtliche Trägheitsmomente benutzt werden; dadurch kam zugleich eine bedeutende Spannung in den Faden, welche die Erscheinung unliebsam komplizierte. Es war unangenehm, daß mit einer

Änderung des Trägheitsmomentes durch Aufsetzen anderer Gewichte oft eine Änderung der Spannung und damit der Länge und Dicke des Fadens einherging. Besonders störend wirkte die starke Belastung, wenn bei verschiedenen Temperaturen beobachtet werden sollte. Alle diese Umstände verlangten eine Umänderung des Apparates derart, daß eine Entlastung des Gutta-perchafadens erreicht wurde. Diese Forderung wurde nach verschiedenen anderen mißlungenen Versuchen durch folgende Anordnung erfüllt. Denken wir uns den oben beschriebenen Apparat umgedreht, gleichsam auf den Kopf gestellt, so daß das

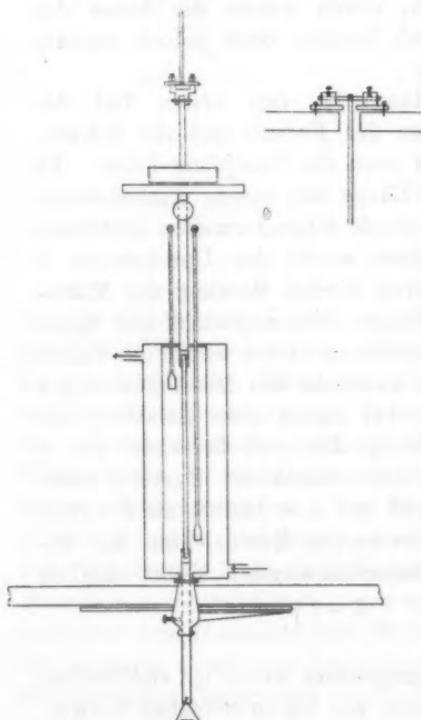


Fig. 2.

untere Ende des Guttaperchafadens fixiert und mit dem Torsionskopf versehen, das obere mit den schwingenden Massen verbunden ist. Nehmen wir noch hinzu, daß die letzteren von einem langen, von der Zimmerdecke herabhängenden Hilfsdraht aus geeignetem Material getragen werden, so haben wir im wesentlichen den Apparat in seiner neuen Form (Fig. 2). Der Hilfsdraht für sich wird eine gewisse Direktionskraft besitzen, und diese wirkt jetzt gemeinsam mit der des Guttaperchafadens auf die schwingenden Gewichte. Schraubt man den Guttaperchafaden ab, so kann man die Direktionskraft des Hilfsdrahtes gesondert bestimmen und später bei den Schwingungen des Gesamtsystems in Anrechnung bringen. Wie dies geschieht, ist weiter unten angegeben. Es ist zweckmäßig, die Direktionskraft möglichst klein zu machen, damit sie gegenüber der des Guttaperchafadens die Rolle einer Korrektion spielt; ferner müssen die Schwingungen des Hilfsdrahtes auch möglichst geringe Dämpfung an sich besitzen. Als in bezug auf die geforderten Eigenschaften besonders geeignet erwies sich ein Konstantanband von 1,55 mm Breite, 0,075 mm Dicke und etwa 177 cm Länge.

Indem ich betreffs weiterer Einzelheiten der Apparatanordnung auf meine Dissertation verweise, will ich nur noch erwähnen, daß der Torsionskopf eine senkrechte Durchbohrung besaß, durch die ein am unteren Ende des Guttaperchafadens hängender Messingstab gerade hindurchpaßte. Derselbe trug unten eine Schale zur Aufnahme von Gewichten und konnte durch eine seitliche Schraube in dem Torsionskopf festgeklemmt werden. Diese Einrichtung gestattete, dem Guttaperchafaden eine beliebige aber bekannte Spannung zu erteilen.

Ich will erwähnen, daß ich nachträglich gefunden habe, daß die beschriebene Anordnung schon früher von Bouasse¹⁾ empfohlen und benutzt ist. Auch er betont, daß die Methode, einen Hilfsdraht zu verwenden, gut anwendbar sei, wenn die Direktionskraft und besonders die Dämpfung des zu untersuchenden Materiales groß ist gegen die des Hilfsdrahtes;

1) H. Bouasse, Ann. de Toulouse (2) 7. p. 383. 1905.

dann tritt letztere nur korrektrionsweise auf und die beobachteten Zahlen bei Schwingungen des Gesamtsystems stellen schon in erster Annäherung die gesuchten Eigenschaften dar.

Die ungereckte Guttapercha.

Kapitel I. Über den Torsionskoeffizienten F .

Ich gebe zuerst eine Zusammenstellung der Trägheitsmomente der als schwingende träge Massen benutzten Metallscheiben. Zur Verfügung standen außer der Scheibe S mit Achse, die stets am einen Ende des Guttaperchafadens hing, fünf Messingscheiben A, B, C, D, E und drei Bleigewichte A_1, B_1, C_1 . Alle waren gut abgedrehte Scheiben, so daß ihr Trägheitsmoment aus dem inneren und äußeren Radius und dem Gewicht berechnet werden konnte. Das Trägheitsmoment von S mußte wegen der zusammengesetzten Form experimentell bestimmt werden. Folgende sind die benutzten Gewichte nebst zugehörigen Trägheitsmomenten, indem letztere mit den entsprechenden griechischen Buchstaben bezeichnet sind.

$$A = 0,4521 \quad B = 0,4524 \quad C = 0,4534$$

$$\Sigma = 390,5 \text{ kg mm}^2 \quad A = 174,9 \quad B = 421,8 \quad \Gamma = 832,8$$

$$D = 0,4531 \text{ kg} \quad E = 0,4391 \text{ kg}$$

$$\Delta = 1404,0 \text{ kg mm}^2 \quad E = 1369,3 \text{ kg mm}^2$$

$$A_1 = 0,4956 \quad B_1 = 0,7519 \quad C_1 = 0,9986 \text{ kg}$$

$$A_1 = 564,0 \quad B_1 = 853,0 \quad \Gamma_1 = 1138,2 \text{ kg mm}^2$$

Bevor wir die Resultate selbst mitteilen können, müssen wir uns überlegen, wie wir von den direkt durch Beobachtung gefundenen Daten zu den gesuchten Größen für die Guttapercha gelangen können. Wir bezeichnen zu dem Ende die Größen, die sich auf den Guttaperchafaden allein beziehen, mit dem Index 1, diejenigen, die sich auf Schwingungen des Konstantanbandes beziehen, mit dem Index 2, während die analogen Bezeichnungen mit dem Index 0 bedeuten, daß das Gesamtsystem bei seinen Torsionsschwingungen dieselben liefert; z. B. sollen D_1, D_2, D_0 die Direktionskräfte des Guttaperchafadens allein, des Konstantanbandes allein, bzw. die der Kombination beider bedeuten.

Die Schwingungen sind gedämpft, und wir benutzen für dieselben als mathematischen Ansatz die bekannte Differentialgleichung eines schwingenden Systems, das nur von einem Parameter abhängt:

$$K \frac{d^2 s}{dt^2} + 2\alpha \frac{ds}{dt} + Ds = 0.$$

Dabei ist allerdings über die Art der dämpfenden Kraft, die durch die Konstante α in die Differentialgleichung eingeht, eine Annahme gemacht, deren Berechtigung untersucht werden muß; wir werden später im dritten Kapitel auf diese Frage zurückkommen. Die Lösung der Differentialgleichung ist

$$s = A \cdot e^{-\frac{\Lambda t}{T}} \cdot \cos \frac{2\pi t}{T},$$

wobei T die Periode der Schwingungen und Λ das natürliche logarithmische Dekrement ist; es wird

$$\Lambda = \frac{\alpha}{K} T \quad \text{und} \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{K^2}{KD - \alpha^2}}.$$

Drei solche Differentialgleichungen, je nachdem wir den Größen α und D den Index 1, 2, 0 anhängen, bestimmen die Schwingungen der tragen Masse, wenn die Direktionskraft des Guttaperchafadens oder die des Konstantanbandes oder beide gleichzeitig auf dieselbe wirken.

Gesucht sind nun für die Guttapercha die Größen T_1 (zur Berechnung von F) und Λ_1 , und durch Beobachtung gefunden werden T_2 , Λ_2 und T_0 , Λ_0 .

Es ist

$$\Lambda_0 = \frac{\alpha_0}{K} T_0 = \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{K} T_0 = \frac{\alpha_1}{K} T_0 + \frac{\alpha_2}{K} T_2 \cdot \frac{T_0}{T_2} = \frac{\alpha_1}{K} T_0 + \Lambda_2 \frac{T_0}{T_2},$$

daraus folgt

$$\alpha_1 = \frac{K}{T_0} \left(\Lambda_0 - \Lambda_2 \frac{T_0}{T_2} \right),$$

oder

$$\underline{\alpha_1 = K \frac{\Lambda_0 T_2 - \Lambda_2 T_0}{T_0 T_2}}.$$

Weiter folgt die Direktionskraft D_0 des Gesamtsystems aus der obigen Formel für T_0 zu

$$D_0 = \frac{K^2 \frac{4\pi^2}{T_0^2} + \alpha_0^2}{K} = \frac{K}{T_0^2} (4\pi^2 + \Lambda_0^2),$$

und entsprechend ist die des Konstantanbandes allein

$$D_2 = \frac{K}{T_2^2} (4\pi^2 + A_2^2).$$

Aus beiden ergibt sich, da $D_0 = D_1 + D_2$ ist, die Direktionskraft des Guttaperchafadens zu

$$D_1 = \frac{K}{T_0^2 T_2^2} [4\pi^2 (T_2^2 - T_0^2) + A_0^2 T_2^2 - A_2^2 T_0^2].$$

Mit Hilfe von D_1 und λ_1 gelangen wir jetzt leicht zu der Schwingungsdauer T_1 , die dem Guttaperchafaden allein zukommen würde; es ergibt sich

$$T_1 = T_0 \sqrt{\frac{T_2^2}{T_2^2 - T_0^2 + \frac{A_2 T_0}{2\pi^2} (A_0 T_2 - A_2 T_0)}}.$$

Aus T_1 und λ_1 finden wir das logarithmische Dekrement A_1 für den Guttaperchafaden

$$A_1 = \sqrt{\frac{(A_1 T_2 - A_2 T_0)^2}{T_2^2 - T_0^2 + \frac{A_2 T_0}{2\pi^2} (A_0 T_2 - A_2 T_0)}}.$$

Die Größe A ist bei der gewählten Bezeichnung der natürliche Logarithmus von dem Verhältnis zweier aufeinander folgender Amplituden, und zwar Amplituden von der Nullage aus gerechnet also nach verschiedenen Seiten gehend. Für die Beobachtungen ist es zweckmäßig, als Dämpfungsverhältnis den Quotienten zweier aufeinander folgender Gesamtschwingungsbögen zu wählen, da wir dann von der Lage des Schwingungsmittelpunktes unabhängig sind; außerdem ist es bequemer, Briggs'sche Logarithmen statt der natürlichen zu benutzen. Das logarithmische Dekrement, das wir so erhalten, bezeichnen wir mit λ ; es steht mit A in der Beziehung:

$$2A = \lambda \cdot 2,3026.$$

Bei den späteren wirklichen Berechnungen von T_1 und λ_1 stellte sich heraus, daß in den angegebenen Formeln das letzte Glied im Nenner unter dem Wurzelzeichen vernachlässigt werden darf, da seine Berücksichtigung unter die Grenze fällt,

die durch die Genauigkeit der Beobachtung von T gezogen ist; dadurch vereinfachen sich die Formeln noch stark. Indem wir λ statt A einführen und mit T von jetzt an die Dauer der einfachen Schwingung bezeichnen, lauten die Ausdrücke

$$T_1 = \sqrt{\frac{T_0^2 T_2^2}{T_2^2 - T_0^2}}, \quad \lambda_1 = \frac{\lambda_0 T_2 - \lambda_2 T_0}{T_0 T_2} T_1.$$

Um eine Anschauung zu bekommen, in welchem Größenverhältnisse die Direktionskräfte des Guttaperchafadens und des Konstantanbandes zueinander stehen, wollen wir ein Beispiel anführen. So fand sich einmal bei Benutzung des Trägheitsmomentes $\Sigma + \Delta + E = 3163,8 \text{ kg mm}^2$

$T_0 = 5,78 \text{ Sek.}, \quad \lambda_0 = 0,0667, \quad T_2 = 71,06 \text{ Sek.}, \quad \lambda_2 = 0,0014,$
und daraus folgt

$$T_1 = 5,80 \text{ Sek.}, \quad \lambda_1 = 0,0668$$

für den Guttaperchafaden. Für die Direktionskräfte ergibt sich für diesen Fall angenähert — aus $T = \pi \sqrt{K/D}$ —

$$\frac{D_0}{D_2} = \frac{71,06^2}{5,78^2} = \frac{D_1 + D_2}{D_2}$$

und daraus ungefähr $D_1 = 150 D_2$, d. h. die Direktionskraft des Guttaperchafadens ist etwa 150 mal so groß als die des Konstantanbandes. Ähnlich liegen die Verhältnisse stets, oft noch günstiger, so daß die ganze Wirkung des Konstantanbandes sich in einer verhältnismäßig kleinen Korrektion äußert, welche man an den direkt beobachteten Größen T_0, λ_0 anbringen muß, um die gesuchten T_1, λ_1 zu erhalten.

Aenderungen von F mit Trägheitsmoment und Spannung.

Die Beobachtungen bestätigen im allgemeinen das, was nach den Vorversuchen zu erwarten war. Trägheitsmoment und Spannung üben nur eine geringe Wirkung auf die Größe des Torsionselastizitätskoeffizienten aus, wogegen derselbe stark beeinflußt wird von der Temperatur. Ausführliche Reihen, bei denen das Trägheitsmoment innerhalb sehr weiter Grenzen variiert wurde, zeigen, daß die Abnahme von F mit wachsendem K anfangs etwas schneller verläuft, um bei größeren

Momenten kleiner zu werden, daß sie also nicht einfach linear ist.

Es mag das durch folgende Reihe gezeigt werden:

Dimensionen des Fadens $l = 343,4$ mm, $d = 2,798$ mm,
Belastung 0,382 kg.

Nr.	K	T_1	F	t	$F_{18,9^\circ}$
5	565,4	2,65	4,626	19,0	4,837
4	987,2	3,525	4,562	19,0	4,572
2	1645,1	4,59	4,485	18,6	4,455
1	2627,3	5,84	4,425	18,7	4,405
8	5271,5	8,31	4,384	19,0	4,394

Die letzte Reihe gibt die Werte von F für die mittlere Temperatur $18,9^\circ$; dieselben sind aus den vorstehenden F erhalten durch Anbringen einer Korrektion, die wir erst bei der Betrachtung der Wirkung variabler Temperatur kennen lernen werden. Diese korrigierten F -Werte sind der graphischen Darstellung der Tabelle in Fig. 3 zugrunde gelegt.

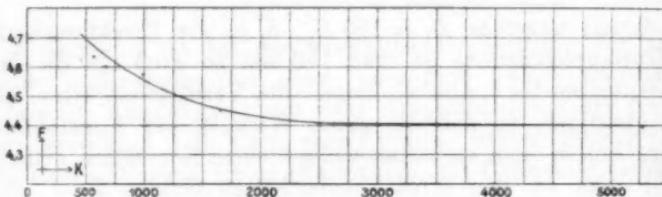


Fig. 3. $F = f(K)$.

Aus der Kurve erkennt man deutlich, wie die Abnahme von F mit wachsendem K immer kleiner wird; im übrigen ist aber überhaupt der Absolutwert der Änderung recht gering, so daß ihm kaum eine große Bedeutung beigelegt zu werden verdient.

Eine kleine Reihe mag genügen, um das Verhalten der Torsionselastizität zu zeigen, wenn in dem Faden eine variable Längsspannung wirkt. Als Trägheitsmoment benutzten wir $\Sigma + \Delta + E = 3163,8$ und belasteten den Faden zunächst mit $W = 0,382$ kg, um ihn ganz gestreckt zu haben. Es wurden

dann auf die untere Schale verschiedene Gewichte aufgesetzt und folgendes gefunden.

$P =$	0,382	0,882	1,382
T_1	5,80	5,87	6,01
l	342,9	345,9	350,4
d	2,974	2,963	2,946
F	4,223	4,248	4,270

Mit zunehmender Dehnung ist eine ganz geringe Zunahme des Elastizitätskoeffizienten zu verzeichnen.

Wir wollen bemerken, daß Beobachtungen über die Wirkung einer Belastungsänderung auf den Torsionskoeffizienten von Drähten schon früher gelegentlich ausgeführt sind. Mac Gregor und Macdonald¹⁾ fanden für vulkanisierten Kautschuk ein ganz ähnliches Verhalten, wie es sich bei uns für die Guttapercha ergeben hat; nur bisweilen hat F bei einer bestimmten Belastung ein Minimum, um dann bei weiterer Dehnung langsam zu wachsen. Für einige Metalle zeigte W. Thomson²⁾, daß eine zunehmende Belastung ein Kleinerwerden des Koeffizienten F bewirkt.

Die Änderung von F ist bei der Guttapercha so gering, daß sie durch eine etwas ungenaue Bestimmung der Schwingungsdauer leicht aufgehoben wurde. Nach den sorgfältigsten Beobachtungen muß man jedoch annehmen, daß die Änderung sicher vorhanden ist etwa in der Stärke, wie sie in der obigen Reihe auftritt.

Änderung von F mit der Temperatur.

Um die Wirkung der Temperatur auf die Torsionselastizität zu zeigen, mag folgende Reihe dienen. Die Dimensionen des Fadens waren $l = 340,05$ mm, $d = 3,333$ mm; Belastung $W = 0,382$ kg, $K = \Sigma + \Delta + \Gamma + \Delta + E = 4418,4$ kg mm².

1) Mac Gregor u. Macdonald. Proc. of the Nova Scot. Inst. of Science 10. p. 28. 1898/1899; Physik. Zeitschr. 1. p. 282. 1899/1900.

2) W. Thomson, Phil. Mag. 30. p. 63. 1865.

Nr.	τ	T_1	F	Nr.	τ	T_1	F
2	9,1	4,33	6,65	9	25,8	5,25	4,53
3	11,2	4,42	6,39	8	28,8	5,40	4,28
4	14,0	4,53	6,08	10	30,4	5,48	4,15
1	16,1	4,63	5,82	11	32,5	5,63	3,93
5	19,5	4,81	5,39	12	34,4	5,76	3,76
6	22,1	4,98	5,03	13	36,6	6,07	3,39
7	24,2	5,07	4,85	14	38,7	6,34	3,10

Fig. 4 gibt eine graphische Darstellung der Tabelle im Koordinatensystem τ, F ; daraus erkennt man folgendes: F

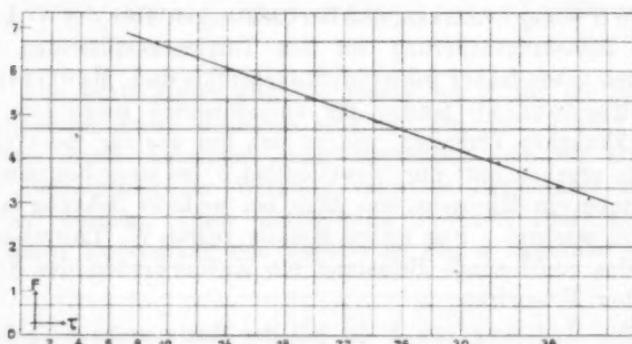


Fig. 4. $F = f(\tau)$.

nimmt linear mit wachsender Temperatur ab; man kann die Abhängigkeit $F = f(\tau)$ darstellen durch die lineare Gleichung

$$F = 7,73 - 0,126 \tau = F_{20} (1 - 0,024 (\tau - 20^\circ)).$$

Es ist wahrscheinlich, daß man dieses Gesetz, das nach der Beobachtung nur zwischen 9° und 38° gilt, nach der Seite höherer Temperaturen extrapolieren darf, denn aus der graphischen Darstellung ersieht man, daß F bei dieser Annahme den Wert 0 erreichen würde zwischen 60° und 65° ; das ist aber erfahrungsgemäß die Temperatur, bei welcher das Erweichen der Guttapercha eintritt und damit das Aufhören jeder Elastizität erreicht ist.

Zum Vergleich die Resultate einiger früherer Beobachter: Bei der Untersuchung der Elastizität des Kautschuks fand

Graetz¹⁾ eine ziemliche Zunahme des Koeffizienten F mit wachsender Temperatur. Für Metalle existieren über unsere Frage widersprechende Beobachtungen, indem z. B. Kohlrausch und Loomis²⁾ eine Abnahme von F mit steigendem τ fanden, wogegen Katzenelsohn³⁾ bei der Untersuchung der Elastizität einer großen Reihe von Metallen eine entgegengesetzte Wirkung der Temperaturerhöhung konstatierte. Ähnliche Resultate wie bei Kohlrausch sind später gefunden von Pisati⁴⁾, Tomlinson⁵⁾, Cl. Schaefer⁶⁾ und anderen. Die Änderung von F war dabei meistens linear mit der Temperatur, bisweilen wurde auch eine beschleunigte Abnahme des Koeffizienten gefunden.

Kapitel II. Die elastische Nachwirkung der Guttapercha.

Die Beobachtungen wurden mit dem oben beschriebenen Apparat in seiner ursprünglichen Form ausgeführt. An das untere Ende der Achse der belastenden Messingscheibe (Fig. 5) war ein horizontaler Arm m und außerdem ein Dämpferkreuz d aus Blech angelötet. Letzteres tauchte in ein Gefäß mit Knochenöl und diente dazu, die zu Beginn jedes Versuches auftretenden Torsionsschwingungen möglichst schnell zu vernichten. Der Versuch wurde in der Weise angestellt, daß zuerst der Torsionskopf und damit der ganze Guttaperchafaden langsam von der Nullstellung aus um den Winkel φ gedreht wurde, um den der Faden tordiert werden sollte. Dann wurde ein vertikaler Messingstab n , der mit einem schweren Bleifuß f versehen war, vor-

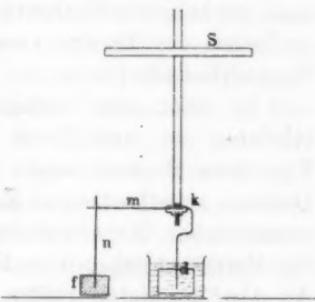


Fig. 5.

1) L. Graetz, Wied. Ann. 28. p. 354. 1886.

2) F. Kohlrausch u. E. H. Loomis, Pogg. Ann. 141. p. 481. 1870.

3) N. Katzenelsohn, Inaug.-Dissert. Berlin 1887.

4) K. Pisati, Nuovo Cim. 1. p. 181; 2. p. 187; 4. p. 152; 5. p. 34, 135, 145. 1877—79.

5) H. Tomlinson, Roy. Soc. Proc. 40. p. 343. 1886.

6) Cl. Schaefer, Ann. d. Phys. 5. p. 220. 1901.

sichtig an den horizontalen Arm *m* herangeschoben, bis er ihn gerade berührte, ohne ihn jedoch zu verschieben; unter Beobachtung mit einer Lupe konnte das recht gut gemacht werden. Drehte man jetzt den Torsionskopf bis zu der früheren, durch einen Metallanschlag markierten Nullstellung zurück, so war der Faden um eben jenen Winkel φ torquiert. Die Deformation wurde eine Zeitlang festgehalten und dann durch plötzliches Fortziehen des Messingstabes *n* aufgehoben. Der Faden dreht sich momentan zurück, schwingt hin und her, kommt aber wegen der starken Dämpfung sehr bald zur Ruhe. Oft konnte schon $\frac{1}{2}$ Minute nach Aufheben der Torsion die Stellung des Spiegels im Fernrohr abgelesen werden. Es wurde beobachtet, wie diese Stellung sich infolge der Nachwirkung im Laufe der Zeit ändert, anfangs schneller, später immer langsamer, und man erhielt so aus einer Reihe von zusammengehörigen Wertepaaren von Spiegelablesung und Zeit eine Anschauung von dem zeitlichen Verlauf der Nachwirkung. Die noch vorhandene Nachwirkung *s* als Funktion der nach dem Aufheben der Torsion verstrichenen Zeit *t*, $s = f(t)$, gibt die Nachwirkungskurve.

In mehr oder weniger ähnlicher Weise, wie hier beschrieben ist, sind auch schon früher von einer Reihe von Forschern Beobachtungen über die Torsionsnachwirkung von Drähten verschiedensten Materials angestellt worden. Ich erwähne neben den ausführlichen Arbeiten von F. Kohlrausch¹⁾ die Untersuchungen von F. Neesen²⁾ an Kautschuk, von L. Austin³⁾ an Metalldrähten, ebenso von Th. Schröder⁴⁾ an verschiedenen Metallen und von J. Klemenčić⁵⁾ an Glasfäden. Die Untersuchungen haben ergeben, daß sich die Erscheinung der elastischen Nachwirkung am stärksten bei organischen Substanzen wie Seide, Kautschuk und ähnlichen zeigt; an einer

1) F. Kohlrausch, Pogg. Ann. 119. p. 337. 1863; 128. p. 1, 207, 399. 1866; 158. p. 337. 1876; 160. p. 225. 1877.

2) F. Neesen, Berichte d. Berl. Akad. Febr. 1884; Pogg. Ann. 153. p. 498. 1874.

3) L. Austin, Straßb. Inaug.-Dissert. 1893; auch Wied. Ann. 50. p. 659. 1893.

4) Th. Schröder, Wied. Ann. 28. p. 369. 1886.

5) J. Klemenčić, Ber. d. Wien. Akad. 78. II. p. 481. 1878.

solchen ist sie bekanntlich auch von W. Weber¹⁾ zuerst beobachtet. Es mag daher scheinen, als ob derartige Stoffe zum Studium der elastischen Nachwirkung besonders geeignet seien, aber der Vorteil, den sie durch die Größe der Nachwirkung bieten, wird fast aufgehoben durch die Schwierigkeiten, die sich der Bestimmung einer endgültigen Ruhelage derselben darbieten. Schon Kohlrausch weist auf diesen Punkt hin, und ähnliche Unannehmlichkeiten, wie er sie erwähnt, stellten sich auch bei unseren Beobachtungen ein. Im Laufe mehrerer Tage zeigten sich eigentlich stets Schwankungen der Ruhelage des eingespannten Guttaperchafadens um mehrere Skalenteile, und diese Schwankungen konnten nicht als Nachwirkung von früheren Deformationen her aufgefaßt werden; die Bewegungen des Spiegels gingen bald nach der einen Seite bald nach der anderen. Teilweise wurden sie jedenfalls durch Temperaturschwankungen verursacht, da eine jede willkürliche Temperaturänderung eine Bewegung der Ruhelage des Fadens erzeugte; es müssen aber noch andere Gründe mitwirken; eine Gesetzmäßigkeit der Schwankungen konnte nicht gefunden werden. Es verbot sich aus diesem Grunde von selbst, Nachwirkungsbeobachtungen über mehrere Tage auszudehnen, da die Bewegung der scheinbaren Ruhelage des Fadens, die von der Nachwirkung herrührte, schließlich von jenen unberechenbaren übertönt wurde. Allzugroße anfängliche Deformationen mußten auch wegen der leicht eintretenden Überschreitung der Elastizitätsgrenze vermieden werden. Die letzte Schwierigkeit wurde einigermaßen überwunden, indem meistens Torsionen nur nach einer Seite ausgeführt wurden, und die Elastizitätsgrenze durch vorheriges Schwingen durch große Amplituden erweitert war.

Für die nachfolgenden Beobachtungen bezeichnet T die Dauer der erteilten Torsion, φ die Größe derselben in Graden ausgedrückt, τ die Temperatur, t die variable Zeit nach dem Aufheben der äußeren deformierenden Kräfte, s die zur Zeit t noch vorhandene Nachwirkung, d. h. der Abstand der zur Zeit t vorhandenen scheinbaren Ruhelage von der sich schließlich einstellenden wahren; s ist ausgedrückt in Skalenteilen, wobei

1) W. Weber, Pogg. Ann. 34. p. 247. 1835.

die großen Werte schon auf zum Bogen proportionale Größen reduziert sind. Als Einheit der Zeit dient die Minute; der Abstand Skale-Spiegel betrug 1000 mm, so daß 1 Skt. von 1 mm einen Bogenwert von 1,7189 Bogenminuten hatte. Gut zu schätzen waren noch die Zehntel der Skalenteile, so daß Drehungen des unteren Fadenendes von etwa 10 Bogensekunden noch erkannt wurden.

Abhängigkeit der Nachwirkung von der Dauer der Deformation.

Ich teile hier eine Versuchsreihe mit, bei der dem Gutta-perchafaden eine Torsion von 15° erteilt und verschiedene Zeit angehalten wurde. Die benutzten Torsionsdauern sind $T = 10, 20, 30$ Sek., 1, 2, 3, 5, 10, 25 Min.; für die meisten Werte T ist der Versuch mehrere Male hintereinander durchgeführt, und sind die erhaltenen nahe übereinstimmenden Reihen zum Mittel vereinigt. Die Temperatur hielt sich während des einzelnen Versuches, der doch oft mehrere Stunden dauerte, bis auf ein paar Zehntel Grade konstant; der mittlere Wert von τ ist jeder einzelnen Reihe beigeschrieben. Zwischen zwei aufeinander folgenden Versuchen ist stets so lange gewartet, daß eine Nachwirkung des ersten während der Ausführung des zweiten nicht zu befürchten war. Die Dimensionen des Fadens waren zu Beginn bei einer Belastung mit 0,623 kg folgende: Länge $l = 340,0$ mm, Dicke $d = 3,334$ mm. Zwischen den beiden letzten Reihen, $T = 10$ Min. und $T = 25$ Min., wurde der Faden zu mehreren Messungen bei verschiedenen Temperaturen benutzt. Durch die vorkommenden Erwärmungen war die Länge des Fadens etwas verändert, so daß sie bei dem letzten Versuch mit $T = 25$ Min. $l = 343,1$ betrug.

Fig. 6 stellt die nachstehende Tabelle I graphisch dar. Um Kurven von handlichen Dimensionen zu erhalten, habe ich nach dem Vorgange von E. Wiechert die Ordinaten s in gewöhnlicher Weise aufgetragen, jedoch den Maßstab auf der Abszissenachse so gewählt, daß den einzelnen Punkten derselben t -Werte zugeordnet werden, die geometrisch wachsen, wenn der lineare Abstand der Punkte vom Koordinatenanfang arithmetisch zunimmt. Die Kurven zeigen, daß die Nach-

Tabelle I.

<i>t</i>	<i>T</i> 10 Sek. 19,3°	<i>s</i>	<i>d</i>	20 Sek. 19,6°		30 Sek. 19,7°		1 Min. 19,5°		2 Min. 19,7°		3 Min. 19,5°		5 Min. 19,3°		10 Min. 19,3°		25 Min. 19,4°		
				<i>s</i>	<i>d</i>	<i>s</i>	<i>d</i>	<i>s</i>	<i>d</i>	<i>s</i>	<i>d</i>	<i>s</i>	<i>d</i>	<i>s</i>	<i>d</i>	<i>s</i>	<i>d</i>	<i>s</i>	<i>d</i>	
0,5	0,66	5,5	-0,5	7,3	-0,3	10,0	+0,2	15,2	-0,5	21,9	-0,2	25,1	+0,2	30,8	+0,6	40,0	+0,2	64,4	-1,4	
1	1	3,55	±	5,1	-0,2	7,1	±	11,45	-0,3	17,35	-0,2	20,4	-0,1	25,8	+0,1	34,8	±	58,4	+0,6	
1,5	2,6	2,6	±	3,6	-0,1	5,3	-0,2	8,5	-0,1	13,5	-0,2	16,2	-0,1	21,3	-0,1	29,9	-0,1	52,45	+0,9	
2	2,05	2,05	±	2,85	±	4,1	±	6,8	+0,1	11,35	-0,2	13,7	-0,1	18,3	-0,1	26,6	±	47,2	+0,4	
3	1,6	1,6	±	2,1	±	3,0	±	5,0	+0,1	8,65	±	10,6	±	14,75	-0,1	22,4	±	43,5	+0,4	
5	1,1	+0,1	1,4	+0,1	2,1	±	3,4	+0,1	6,15	+0,1	7,6	+0,1	10,9	±	17,8	-0,1	32,5	-0,3		
7	1,0	±	1,1	+0,1	1,7	±	2,6	+0,1	4,95	±	6,0	+0,2	8,9	±	15,0	±	28,55	-0,3		
10	0,86	±	0,9	+0,1	1,35	±	2,05	±	3,9	±	4,8	±	7,1	±	12,45	±	24,6	-0,2		
15	0,7	±	0,8	±	1,05	±	1,5	±	2,9	±	3,65	±	5,45	±	9,95	±	20,35	-0,2		
20	0,6	±	0,6	±	0,7	±	0,9	±	1,25	±	2,4	±	3,0	-0,1	4,5	±	8,4	±	17,5	+0,1
30	0,5	±	0,5	±	0,7	±	0,85	±	1,8	±	2,3	-0,1	3,5	-0,1	6,5	+0,1	13,8	+0,4		
45	0,4	±	0,6	±	0,6	±	0,65	±	1,35	±	1,8	-0,2	2,5	±	5,1	-0,1	10,85	+0,3		
60			0,5	±			0,5	±	1,1	±	1,5	-0,2	2,0	±	4,15	±	9,2	+0,1		
80									0,85	±	1,3	-0,3	1,6	±	3,4	+0,1	7,95	-0,3		
100											1,4	-0,1	1,4	-0,1	3,0	-0,2	7,05	-0,5		

wirkung einen ganz regelmäßigen Verlauf nimmt, indem die Schnelligkeit des Verschwindens derselben, also die Geschwindigkeit, mit der sich die scheinbare Ruhelage des Fadens der endgültigen Stellung derselben nähert, mit wachsender Zeit t

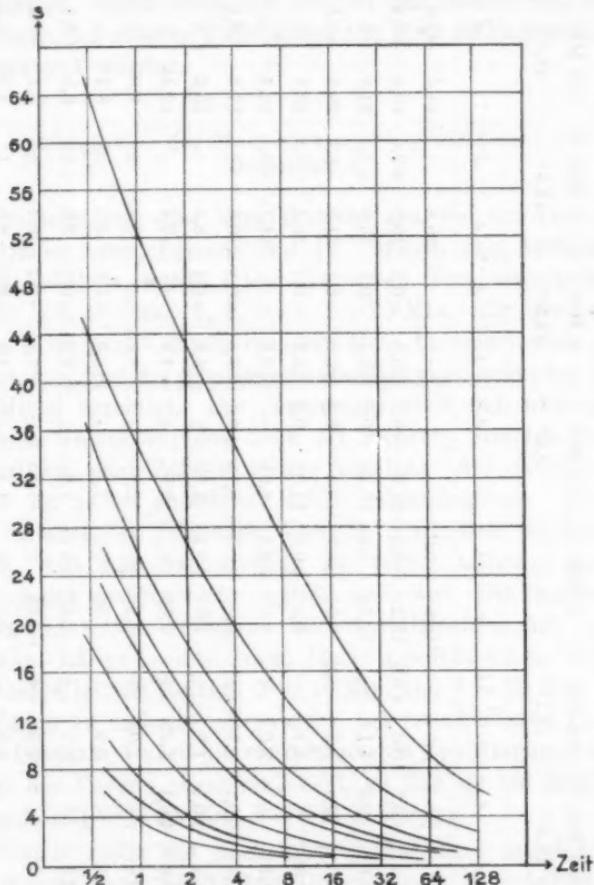
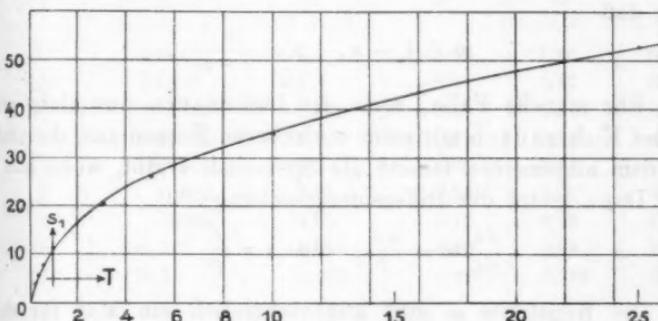


Fig. 6. $s = f(t)$ für verschiedene T .

stark abnimmt. Wegen der anfänglichen, nicht zu vermeidenden Schwingungen des Fadens entzieht sich das allererste Stück der Kurven der Beobachtung. Es bleibt daher auch die Frage offen, ob man berechtigt ist, eine sicher definierte Größe der

Nachwirkung für den Grenzwert $t = 0$ anzunehmen, oder mit anderen Worten, ob eine Verlängerung der Kurven nach der Seite abnehmender t bis unmittelbar an die Ordinatenachse heran einen die wirkliche Erscheinung darstellenden Sinn hat. Auch die ersten der mitgeteilten Zahlen der obigen Reihen machen wegen der bisweilen noch beträchtlichen Bewegung keinen Anspruch auf absolute Genauigkeit, doch dürfte die Stellung des Spiegels für $t = 1$ in jedem Falle schon exakt abgelesen sein. Um die Größe der Nachwirkung in den Reihen für verschiedene T vergleichen zu können, müssen wir uns darauf beschränken, die Werte von s für ein bestimmt gewähltes t zu betrachten. Wir nehmen dazu zweckmäßig den Wert $t = 1$ und bezeichnen nach Kohlrausch den Betrag s_1 der bei $t = 1$ noch vorhandenen Nachwirkung als die *Größe der Nachwirkung*. Tragen wir nun in einem Koordinatenkreuz die zusammengehörigen Werte von T als Abszissen und s_1 als Ordinaten auf, so erhalten wir eine Kurve, wie sie Fig. 7

Fig. 7. $s_1 = f(T)$.

darstellt. Man erkennt, daß die Größe der Nachwirkung langsamer wächst als die Dauer der Deformation.

Des weiteren ergibt sich, daß die Kurven untereinander nicht ähnlich sind, daß vielmehr die größere Nachwirkung verhältnismäßig langsamer verschwindet als eine kleinere nach kürzerer Torsionsdauer. Dieser letzte Punkt wird besonders deutlich hervortreten, wenn wir jetzt versuchen, die Kurven durch eine Gleichung darzustellen, also das Gesetz der elastischen Nachwirkung mathematisch zu formulieren. F. Kohl-

Kohlrausch war der erste, der mit gutem Erfolge eine Formel angegeben hat, durch die sich fast alle bisher aufgenommenen Nachwirkungskurven, außer solchen bei Torsion auch andere bei Dehnung oder Biegung, darstellen lassen. Er machte den einfachen Ansatz

$$\frac{ds}{dt} = - \frac{\alpha s}{t^n}$$

als Differentialgleichung der Nachwirkung, d. h. die Geschwindigkeit, mit der die temporäre Ruhelage des deformierten Körpers sich ändert, ist proportional der noch vorhandenen Nachwirkung und umgekehrt proportional einer Potenz der seit dem Aufheben der deformierenden Kraft verflossenen Zeit. Integration dieser Differentialgleichung gibt für die Nachwirkung das Gesetz

$$s = C \cdot e^{-p t^m},$$

wo C eine Integrationskonstante ist, und p und m mit den Konstanten der Differentialgleichung in der Weise verknüpft sind, daß

$$m = 1 - n, \quad p = \frac{\alpha}{1 - n}$$

ist. Für manche Fälle, wenn die Deformation nur klein ist, kommt Kohlrausch mit einer einfacheren Formel aus, die sich aus dem allgemeinen Gesetz als Spezialfall ergibt, wenn $n=1$ ist. Dann lautet die Differentialgleichung

$$\frac{ds}{dt} = - \frac{\alpha s}{t}, \quad \text{also } s = \frac{C}{t^\alpha}.$$

Die Konstante α gibt augenscheinlich ein Maß für die Geschwindigkeit, mit der der Betrag der Nachwirkung mit der Zeit abnimmt, und ist von Kohlrausch der *Koeffizient der Nachwirkung* genannt.

Wir haben die allgemeine Kohlrauschsche Formel zur Berechnung der obenstehenden Kurven benutzt. Die Abweichungen, welche die berechneten s -Werte gegen die beobachteten zeigen, sind in der Tab. I hinter jeder Reihe in der Rubrik $\Delta = s_{\text{ber.}} - s_{\text{beob.}}$ angefügt; man erkennt, daß die Beobachtungen sich recht gut durch die benutzte Formel darstellen lassen. Die Δ sind stets auf die vollen Zehntel abgerundet, und die Fälle, wo $|\Delta| < 0,05$ war, sind als \pm angegeben.

Der Berechnung sind in der Regel die Ablesungen des Zeitraumes zugrunde gelegt, innerhalb dessen die Nachwirkung von dem Betrage s_1 auf $s_1/10$ sinkt. Größere Abweichungen Δ kommen nur bisweilen zu Anfang einer Reihe vor; da machen sie aber nicht viel aus, weil die Kurven für kleine t sehr steil verlaufen. Am wenigsten gut stimmt die Sache bei der letzten Reihe $T = 25$; das mag vielleicht daran liegen, daß die endgültige Ruhelage in diesem Falle etwas willkürlich angenommen werden mußte, da die Nachwirkung sehr langsam abnahm, die Beobachtung sich über ein paar Tage erstreckte, und Temperaturänderungen von mehreren Graden, besonders in den Nächten, den Verlauf gegen Ende unregelmäßig erscheinen ließen. Die bei der Berechnung benutzten Konstantenwerte sind nachstehend zusammengestellt.

Tabelle II.

T	C	p	m	n	α
10	0,0652	-4	-0,20	1,20	0,800
20	0,0330	-5	-0,17	1,17	0,850
30	0,01708	-6,036	-0,14	1,14	0,845
1 ^m	10685000	13,775	0,05	0,95	0,689
2	377500	10	0,06	0,94	0,600
3	10080	6,21	0,09	0,91	0,559
5	1488	4,05	0,12	0,88	0,498
10	349,2	2,805	0,16	0,84	0,369
25	170,5	1,162	0,224	0,776	0,260

Mit wachsender Torsionsdauer nehmen beide Konstanten der Differentialgleichung n und α ab. Bemerkenswert ist, daß n von Werten größer als 1 für die kürzer dauernden Deformationen übergeht zu Werten kleiner als 1, daß also eine Torsionsdauer T existiert, für die der Wert $n = 1$ in der Formel auftreten würde, womit man in diesem Falle zu dem einfacheren Gesetz $s = C/t^\alpha$ käme. Falls $n > 1$ ist, gibt die Formel für sehr große Zeiten, Grenze $t = \infty$, einen endlichen von Null verschiedenen Grenzwert s_∞ ; die primäre Deformation würde der Formel nach in diesem Falle eine dauernde Verschiebung der Ruhelage des Fadens zurücklassen. Die Werte

von s_{∞} , gegeben durch die Konstante C , sind jedoch in allen drei vorkommenden Fällen so klein, daß sie weit unter die Grenze der Beobachtung fallen, also keine praktische Bedeutung haben. Für die Zeit $t=0$ gibt die Kohlrauschsche Formel mit $n > 1$ den Wert $s_0 = \infty$; sie hat aber in diesem Falle überhaupt keinen Sinn, da außerdem auch $(ds/dt)_{t=0} = \infty$ würde. Das beeinträchtigt die praktische Verwendbarkeit der Formel jedoch nicht, da ohnehin über die ersten Sekunden auch experimentell nichts zu erfahren ist.

Außer den mitgeteilten Versuchen sind noch eine ganze Menge anderer ausgeführt, die das Verhalten der Nachwirkung bei verschiedener Größe der erteilten Torsion und bei verschiedener Temperatur zeigen. Wegen Mangels an Platz verweise ich auch hier auf meine Dissertation, wo ausführliche Angaben gemacht sind, und beschränke mich darauf, die allgemeinen Resultate über die Nachwirkung der ungereckten Guttapercha zusammenfassend mitzuteilen. Es sind folgende:

1. Bei konstant gehaltener Temperatur wächst die elastische Torsionsnachwirkung mit zunehmender Größe der primären Deformation als auch mit zunehmender Dauer derselben, und zwar geschieht das Wachsen der Nachwirkung schneller als das zugehörige Ansteigen der Größe der Deformation, dagegen langsamer als das der Dauer.
2. Bei sonst gleichen Bedingungen hat die Größe der Nachwirkung bei verschiedenen Temperaturen ein Minimum bei etwa $17,5^\circ$ und wächst nach beiden Seiten ungefähr gleich schnell an.
3. Die Geschwindigkeit, mit der die Nachwirkung verschwindet, nimmt durchgehends ab mit wachsender Größe und Dauer der primären Deformation wie auch mit zunehmender Temperatur.
4. Die Torsionsnachwirkung läßt sich mit guter Näherung darstellen durch die von F. Kohlrausch aufgestellte Formel $s = C \cdot e^{-\nu t^m}$; für manche Fälle kleiner Nachwirkung kommt man mit der einfacheren Formel aus $s = C/t^n$, die für $m = 0$ resultiert. — Die Nachwirkung vollzieht sich also nach der Differentialgleichung $ds/dt = -\alpha s/t^n$, wo eventuell $n = 1$ ist.

5. Aus 3 und 4 folgt, daß der Koeffizient α der Differentialgleichung abnimmt mit wachsender Torsionsgröße, Torsionsdauer und Temperatur. Der Koeffizient n nimmt mit wachsender Torsionsdauer ab. α hat demnach für die Guttapercha nicht den Charakter einer das Material in bezug auf jede elastische Nachwirkung charakterisierenden Konstanten, wie F. Kohlrausch das aus seinen Beobachtungen für den Silberdraht schloß.

Kapitel III. Die Dämpfung der Torsionsschwingungen.

Die Messungen über die Dämpfung wurden in der Weise angestellt, daß die Umkehrpunkte der Torsionsschwingungen des Fadens mit Hilfe von Spiegel und Skala beobachtet wurden. Die Genauigkeit der Messung wurde wesentlich durch zwei Momente ungünstig beeinflußt: einmal machte die große Direktionskraft des Guttaperchafadens die Schwingungsdauer klein, so daß die einzelnen Ablesungen schnell aufeinander folgten; zweitens war die Dämpfung der Schwingungen so groß, daß der Faden schon nach verhältnismäßig kurzer Zeit wieder in Ruhe war. Durch Benutzung großer Trägheitsmomente konnte man die Schwingungen so weit verlangsamen, daß die einfache Schwingungsdauer in der Regel mehr als drei Sekunden betrug, und dann wurden die Ablesungen einigermaßen sicher; die Zehntel der Skalenteile konnten in den meisten Fällen nur geschätzt werden.

Die Erscheinung der Dämpfung zwingt zu der Annahme, daß irgendwelche inneren Kräfte existieren müssen, welche der Bewegung des Fadens, in unserem Falle also den Torsionsschwingungen entgegenwirken und dadurch eine Absorption der dem System anfänglich von außen zugeführten Energie herbeiführen. Welcher Art diese inneren Kräfte sein mögen, ist eine weitere Frage, und hier treten hauptsächlich die zwei möglichen Anschauungen auf, welche wir schon in der Einleitung andeuteten. Bei Flüssigkeiten sprechen wir bekanntlich von einer inneren Reibung als verursacht durch Kräfte, die nur von den Deformationsgeschwindigkeiten abhängen, also erst bei einer Verschiebung der Teilchen gegeneinander auftreten; bei der großen Bedeutung, welche die innere Reibung bei den Flüssig-

keiten besitzt, liegt es von vornherein nahe, ähnliche Reibungskräfte auch in den festen Körpern anzunehmen¹⁾ und für die Dämpfung verantwortlich zu machen. Denken wir uns einmal, daß die dämpfende Kraft bei den Torsionsschwingungen unseres Guttaperchafadens in jedem Moment der Geschwindigkeit der Formänderung einfach proportional ist und der augenblicklichen Bewegung entgegenwirkt, so kommen wir auf den mathematischen Ansatz, den wir schon in Kapitel I benutzt haben. Die Differentialgleichung der Schwingung wird

$$K \frac{d^2 s}{dt^2} + 2 \alpha \frac{ds}{dt} + D s = 0,$$

und das natürliche logarithmische Dekrement derselben wird

$$\Delta = \frac{\alpha}{K} T = 2 \pi \frac{\alpha}{K} \sqrt{\frac{K^2}{KD - \alpha^2}}.$$

Bei dieser einfachsten Annahme wird Δ unabhängig von der Amplitude der Schwingungen und umgekehrt proportional mit T , wenn dieses selbst durch Änderung des Trägheitsmomentes K seinen Wert wechselt. Es ist nämlich in erster Annäherung

$$K = \frac{D T^2}{4 \pi^2},$$

woraus folgt

$$\Delta = \frac{4 \pi^2 \alpha}{D} \cdot \frac{1}{T}.$$

Neben der inneren Reibung ist es die elastische Nachwirkung, die zur Erklärung der Dämpfung unserer Torsionsschwingungen herangezogen werden kann. Schon W. Weber betont ihre Bedeutung für die Dämpfung von Schwingungen einer elastischen Substanz. Wir haben im vorigen Kapitel gesehen, daß die elastische Nachwirkung sich bei einer Torsion des Fadens darin äußert, daß die Gleichgewichtslage des Fadens nach dem Aufheben der deformierenden Kraft anfänglich nach der Seite der erteilten Torsion hin verschoben ist und erst allmählich zurückgeht: die Ruhelage des Fadens wandert bei einer Torsion im Sinne derselben mit. Wir haben also außer der ursprünglichen Ruhelage des Fadens zu jeder Zeit noch eine temporäre, die eventuell davon verschieden ist, und die sich

1) Vgl. hierzu: W. Voigt, Abhandl. d. Gött. Ges. d. Wiss. 38. 1892.

bei einer Bewegung des Fadens ändert. Führt nun der Faden nach einem anfänglich erteilten Impuls Torsionsschwingungen aus, so wird die temporäre Ruhelage oder mit anderen Worten der momentane Schwingungsmittelpunkt hin- und herwandern in demselben Tempo, wie der Faden schwingt. Er wird ebenfalls eine Schwingung ausführen von derselben Periode wie die primäre Schwingung des Fadens, aber vielleicht um eine gewisse Phasenverzögerung gegen sie verschoben. Es erhebt hieraus, daß ohne eine hypothetische Annahme über die Natur der elastischen Nachwirkung zu machen, sich qualitativ die Dämpfung der Torsionsschwingungen erwarten läßt. Quantitativ den Betrag anzugeben, der aus der elastischen Nachwirkung folgt, ist nicht möglich, bevor man nicht näher die molekularen Vorgänge kennt, die sich in der Nachwirkung kundtun. — Der eifrigste Verteidiger dieser zweiten Erklärung der Dämpfung war Boltzmann¹⁾; er hat für die elastische Nachwirkung eine eigene Theorie aufgestellt und findet auf Grund seiner Annahmen über dieselbe, daß das logarithmische Dekrement der Torsionsschwingungen unabhängig von der Schwingungsdauer des Systems sein muß.

Vergleichen wir nun die beiden Theorien der Dämpfung, so sehen wir, daß sie einen Unterschied ergeben in dem Verhalten, welches das Dekrement bei verschiedenen Schwingungsdauern zeigen soll. Während es nach der einen Theorie umgekehrt proportional mit T ist, soll es nach der anderen davon unabhängig sein. Das ist ein bemerkenswerter Unterschied, wichtig für eine experimentelle Entscheidung zwischen den beiden Theorien. An diesem Punkte greift auch Voigt in der erwähnten Arbeit an, um für eine große Reihe von Metallen zu untersuchen, ob für sie eine Lösung der Frage zugunsten der einen oder anderen Theorie zu finden ist. Nimmt man an, daß sich vielleicht beide Ursachen der Dämpfung, innere Reibung und elastische Nachwirkung, in ihren Wirkungen superponieren können, so erhält man drei verschiedene Möglichkeiten für die Abhängigkeit $\lambda = f(T)$. Viele der untersuchten Metalle ordnen sich einer derselben unter, aber einige zeigen nach

1) L. Boltzmann, Pogg. Ann. Erg.-Bd. 7. p. 624. 1876; auch Wien. Ber. (2) 70. p. 275. 1874.

Voigt eine Dämpfung der beobachteten Drillungs- und Biegungsschwingungen, die sich quantitativ durch keine der vorgeschlagenen Annahmen erklären läßt, indem sich für sie Dekremente ergeben, die mit zunehmender Schwingungsdauer wachsen.

Unsere Aufgabe im folgenden ist es zuzusehen, wieweit wir für die Guttapercha zu einer Entscheidung der vorliegenden Frage kommen können.

Aabhängigkeit der Dämpfung von der Temperatur.

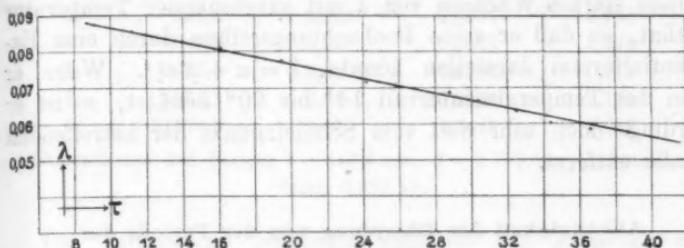
Von den Beobachtungen, die wir über die elastische Nachwirkung gemacht haben, kommen jetzt in erster Linie die in Betracht, die sich auf eine Abhängigkeit der Nachwirkung von der Temperatur beziehen. Es war gefunden, daß die Größe der Nachwirkung bei etwa $17,5^{\circ}$ ein Minimum hat, daß sie für höhere oder niedrigere Temperaturen in gleichem Maße wächst, und daß die Langsamkeit des Verschwindens durchaus mit steigender Temperatur wächst. — Sollte die Nachwirkung allein die Dämpfung der Torsionsschwingungen erzeugen, so müßte sich in der Größe des logarithmischen Dekrementes eine ähnliche Abhängigkeit von der Temperatur zeigen, wie wir sie bei der Nachwirkung fanden. Eine große Nachwirkung würde ein stärkeres Mitschwingen der temporären Ruhelage des Fadens und dadurch eine größere Dämpfung erzeugen.

Die angestellten Versuche haben ein negatives Resultat ergeben, indem sie zeigen, daß die Dämpfung das nach der Nachwirkungstheorie erwartete Verhalten nicht besitzt. Wir können danach sagen: Die Nachwirkung ist jedenfalls nicht die einzige Ursache der Dämpfung. Nachfolgende Tabelle gibt die Resultate einer Versuchsreihe für verschiedene Temperaturen.

$\tau = 9,1$	11,2	14,0	16,1	19,5	22,1	24,2	25,8	28,8°
$\lambda = 0,0874$	0,0858	0,0825	0,0810	0,0778	0,0748	0,0717	0,0705	0,0687
$\tau = 30,4$	32,5	34,4	36,6	38,7°				
$\lambda = 0,0661$	0,0637	0,0603	0,0585	0,0573				

Die graphische Darstellung der Reihe, wie sie in Fig. 8 gegeben ist, zeigt, daß λ mit wachsender Temperatur abnimmt

und zwar in dem betrachteten Intervall linear. Von einem Minimum bei mittlerer Temperatur ist nichts zu sehen, so daß wir genötigt sind, außer der Nachwirkung als zweiten Faktor

Fig. 8. $\lambda = f(\tau)$.

versuchsweise noch die innere Reibung heranzuziehen. Wie groß doch vielleicht ein von der Nachwirkung herrührender Anteil ist, das läßt sich vorläufig noch nicht erkennen. Obige Reihe läßt eine Darstellung durch folgende lineare Formel zu:

$$\lambda = 0,0967 - 0,001 \tau = \lambda_{20} - 0,001 (\tau - 20^\circ).$$

Bei der Annahme, daß die Dämpfung zum großen Teil auf innerer Reibung beruhen soll, kann man sich wohl denken, daß sie mit zunehmender Temperatur kleiner wird; die Guttapercha nähert sich bei Temperaturerhöhung sehr bald der Übergangsgrenze vom festen zum zähflüssigen Zustande, und man ist wohl geneigt anzunehmen, daß bei der leichteren Beweglichkeit der Flüssigkeitsteilchen gegeneinander die innere Reibung hier kleiner ist als bei dem entsprechenden festen Körper.

Ein derartiges Verhalten der Dämpfung in bezug auf Temperaturänderung ist sonst noch bei keiner Substanz gefunden. Die bisherigen Beobachtungen beziehen sich ausschließlich auf die Dämpfung der Torsionsschwingungen von Metalldrähten, und da hat sich ein Anwachsen des Dekrementes mit steigender Temperatur ergeben. Ich erwähne die Arbeiten von Streintz¹⁾, Gray, Blyth und Dunlop²⁾ und

1) F. Streintz, Wiener Ber. 80. II. p. 397. 1879.

2) Andrew Gray, Vincent Blyth and James S. Dunlop, Roy. Soc. Proc. 67. p. 180. 1901.

Frank Horton.¹⁾ Besonders Streintz hat die Frage an einer ganzen Reihe von Metalldrähten untersucht und dabei gefunden, daß bei einigen Metallen, z. B. hartem Messing, ein überaus starkes Wachsen von λ mit zunehmender Temperatur statthat, so daß er seine Beobachtungsreihen durch eine Exponentialformel darstellen konnte, $\lambda = \alpha + \beta e^{\gamma t}$. Wenn er dabei das Temperaturintervall 14° bis 90° benützt, so ist er allerdings noch sehr weit vom Schmelzpunkt der betreffenden Metalle entfernt.

Abhängigkeit der Dämpfung von der Periode der Schwingungen.

Versuchen wir jetzt, wie es mit einer Erklärung der Dämpfung der Torsionsschwingungen unter Berücksichtigung der Theorie der inneren Reibung steht. Wir haben darauf hingewiesen, daß unter Berücksichtigung der Reibung eine Abhängigkeit des logarithmischen Dekrementes von der Periode der Schwingungen folgt. Nun kann man eine Änderung der Schwingungsdauer durch Benutzung verschiedener träger Massen als schwingender Gewichte erreichen, und wir wollen einige Beobachtungsreihen mitteilen, bei denen die Versuchsbedingungen sich möglichst nur in diesem Punkte unterscheiden; Temperatur und Belastung, damit also die Dimensionen des Fadens, wurden möglichst konstant gehalten. Um ein recht großes Moment anwenden zu können, wurden außer den früher angegebenen Metallscheiben noch zwei Bleiringe angefertigt; sie hatten folgende Maße:

$$M = 1,734 \text{ kg}, \quad M = 15610 \text{ kgmm}^2;$$

$$N = 1,750 \text{ kg}, \quad N = 15770 \text{ kgmm}^2.$$

Sie konnten einzeln oder gemeinsam auf eine dünne Holzscheibe aufgesetzt werden, die zentrisch auf die Achse der Messingscheibe S aufpaßte. Durch Kombination verschiedener unserer Scheiben waren alle möglichen Trägheitsmomente zu erhalten, wobei nur darauf zu achten war, daß das Gesamtgewicht der Scheiben nicht zu groß wurde.

1) Frank Horton, Phil. Trans. (A) 204. p. 1. 1905.

Nr.	K	T_1	λ_1 für $18,9^\circ$	$1/T_1$
5	565,4	2,65	0,0693	0,377
4	987,2	3,525	0,0657	0,284
2	1645,1	4,59	0,0627	0,218
1	2627,3	5,84	0,0597	0,171
3	5271,5	8,81	0,0545	0,120
6	31770,5	19,07	0,0448	0,052

Dimensionen des Fadens $l = 348,4$ mm, $d = 2,798$ mm, gestreckt durch 0,382 kg.

Die Temperatur differierte zwischen den einzelnen Beobachtungen zwischen $18,6^\circ$ und $19,0^\circ$, so daß wir die beobachteten λ nach dem früheren Resultat auf die Mitteltemperatur $18,9^\circ$ korrigiert haben.

Ich will noch eine zweite ähnliche Reihe angeben:

K	T_1	λ_1 für $\tau = 19,4^\circ$	$1/T_1$
565,4	2,30	0,0779	0,435
987,2	3,08	0,0752	0,325
1645,1	3,96	0,0719	0,258
2328,8	4,76	0,0697	0,210
3049,0	5,50	0,0667	0,182
3996,6	6,28	0,0662	0,159
4849,5	7,01	0,0647	0,143
5987,8	7,69	0,0628	0,130
16160,0	12,86	0,0570	0,078
31770,5	18,16	0,0525	0,055

Dimensionen des Fadens $l = 344,3$, $d = 2,969$ mm, gerade gestreckt durch 0,382 kg.

Wir haben in den beiden Tabellen auch die reziproken Werte der Schwingungsdauern mitgeteilt, da wir dieselben in der graphischen Darstellung der Reihen benutzen.

Die beiden Tabellen zeigen, daß die langsamten Schwingungen bei größerem Trägheitsmoment schwächer gedämpft sind als die schnelleren. Eine so starke Abnahme von λ , wie es die Theorie der inneren Reibung verlangt, — λ indirekt proportional mit T —, ist jedoch nicht vorhanden. Wir schließen daraus, daß auch die innere Reibung, wenigstens in der Art, wie man sie gemeinhin annimmt, und wie sie auch dem oben be-

nutzten mathematischen Ansatz entspricht, nicht die einzige Ursache der Dämpfung sein kann. Hatten wir früher für die elastische Nachwirkung dasselbe gefunden, so bleibt jetzt als dritte Möglichkeit eine Superposition beider. Unter der Boltzmannschen Annahme, daß das von der Nachwirkung herrührende Dekrement unabhängig von der Periode der Schwingungen sein muß, und der Voraussetzung, daß das beobachtete Gesamtdecrement einfach die Summe der durch die zwei Ursachen erzeugten Einzeldekrementen ist, folgt für λ der theoretische Ansatz $\lambda = \alpha + \beta/T$; α röhrt von der elastischen Nachwirkung, β/T von der inneren Reibung her.

Für variables T müßte sich dieser Beziehung zufolge eine Kurve $\lambda = f(T)$ ergeben, die eine Hyperbel mit der λ -Achse

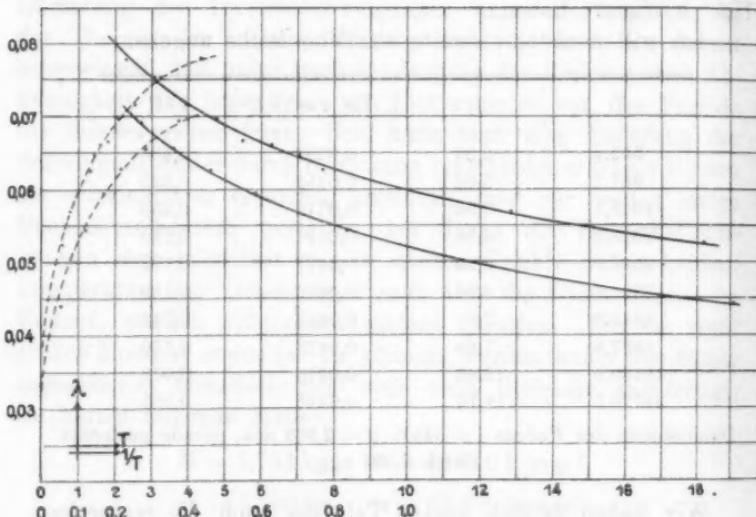


Fig. 9. $\lambda = f_1(T)$. $\lambda = f_2(1/T)$.

und einer zur T -Achse Parallelen im Abstande α als Asymptoten ist. Sehen wir daraufhin die Kurven an, welche die Zahlenreihen der mitgeteilten Tabellen darstellen, Fig. 9. Man erkennt leicht, daß sie keine solchen Hyperbeln sind. Besonders deutlich tritt die Abweichung von der theoretisch geforderten Form hervor, wenn wir als Abszissen die reziproken Werte der Schwingungsdauern auftragen.² Man müßte dann als graphisches

Bild der Abhängigkeit $\lambda = f(1/T)$ eine gerade Linie erhalten; in Wirklichkeit ergeben sich aber die beiden Kurven, die in Fig. 9 links gestrichelt eingezeichnet sind. Setzen wir die Kurven nach links unten, also für zunehmende T über den letzten beobachteten Punkt weiter fort bis zum Schnitt mit der Ordinatenachse, so würden sie dieselben etwa bei $\lambda = 0,0325$ bzw. $\lambda = 0,040$ treffen. Das gäbe für die beiden Reihen die Größe α , das Dekrement, das von der Nachwirkung verursacht wird, oder auch diejenige Dämpfung, die für unendlich langsame Schwingungen sich einstellen würde.

Wir sehen, daß wir auch mit der Superposition von Nachwirkung und innerer Reibung nicht das Ziel erreichen, die Erscheinungen, die sich bei der Dämpfung von Torsionsschwingungen der Guttaperchafäden zeigen, quantitativ ganz wiederzugeben. Die Verhältnisse liegen augenscheinlich nicht so einfach, wie es die beiden vorhandenen Theorien annehmen; besonders scheint wohl die innere Reibung der Guttapercha durch den einfachen Ansatz: proportional der Deformationsgeschwindigkeit, nicht richtig dargestellt zu werden. Als erste Annäherung mag es ausreichen, die beiden Faktoren als so wirkend anzunehmen, wie wir es besprochen haben; der Sinn, in dem sich die Dämpfung mit der Periode ändert, ist ja der, wie ihn die Theorie verlangt. Es würde dann etwa für mittlere Trägheitsmomente beiden Faktoren je die Hälfte der Gesamtdämpfung zuzusprechen sein.

Wir können jetzt auch beurteilen, inwiefern es erlaubt war, früher die gewöhnliche Differentialgleichung der gedämpften Schwingung zu benutzen, um von den beobachteten Werten T_0, λ_0 für das Gesamtsystem auf die gesuchten Größen T_1, λ_1 zu schließen. Streng richtig ist der Weg nach dem, was wir inzwischen gefunden haben, nicht, aber da es sich von vornherein nur um das Anbringen einer Korrektion handelt, so wird jedenfalls der Fehler der berechneten gegenüber den wirklichen Werten nicht sehr groß sein; an den endgültigen Resultaten wird durch ihn kaum etwas geändert sein.

Abhängigkeit der Dämpfung von der Belastung.

Wir wollen nicht versäumen noch ein Resultat mitzuteilen, das sich auf eine eventuelle Abhängigkeit der Dämpfung

von der im Faden vorhandenen Längsspannung bezieht. Streintz, in der oben zitierten Arbeit, und Wiedemann¹⁾ fanden, daß λ von der Belastung des Fadens unabhängig sei, wenigstens für gewöhnliche Temperatur, wogegen Tomlinson²⁾ meint, daß Streckung des Drahtes eine Verminderung der inneren Reibung, also eine Abnahme von λ erzeuge. Für die Guttapercha hat sich die Dämpfung als wesentlich unabhängig von der Längsspannung ergeben. Folgende Tabelle enthält die Resultate einer diesbezüglichen Beobachtungsreihe.

<i>P</i>	<i>l</i>	λ	<i>p</i>
0,582 kg	340,7	0,0793	0,0867
0,782	341,5	0,0791	0,0899
0,982	342,6	0,0794	0,1182
1,182	343,9	0,0788	0,1367
1,382	345,0	0,0795	0,1603
1,582	345,8	0,0791	0,1838

Die Dicke war für die Anfangsbelastung $d = 3,332$ mm; in der letzten Rubrik ist die Belastung angegeben, die auf 1 qmm Querschnitt wirkte. Die Temperatur betrug während der ganzen Beobachtungsreihe ziemlich konstant $\tau = 20,1^\circ$.

Man sieht, daß λ in dem beobachteten Spannungsintervall merklich konstant ist.

Die gereckte Guttapercha.

Die Versuche wurden in genau derselben Weise angestellt, wie das in den vorigen Kapiteln für die ungereckte Guttapercha im einzelnen angegeben ist; sie zeigten folgende Ergebnisse:

Sowohl der Torsionskoeffizient F wie auch die Dämpfung nehmen mit wachsender Schwingungsdauer des Fadens ab; die Änderung von F mit K ist allerdings sehr gering.

Der Torsionskoeffizient der gereckten Modifikation ist nur etwa halb so groß wie derjenige der ungereckten. Durch das Recken verliert die Guttapercha ihre Steifigkeit zum großen Teil.

1) G. Wiedemann, Wied. Ann. 6. p. 485. 1879.

2) H. Tomlinson, l. c.

Andererseits hat die Dämpfung der Torsionsschwingungen für die gereckte Guttapercha etwas größere Werte als für die ungereckte, und besonders bemerkenswert ist das Verhältnis des gesamten Dekrementes zu jenem Teil, der für sehr große Perioden herauskommt. Daß die Gesamtdämpfung als Superposition zweier Anteile aufzufassen ist, deren Ursache elastische Nachwirkung und innere Reibung sind, erscheint auch für die gereckte Guttapercha sehr wahrscheinlich, nur sind die mathematischen Formeln jener beiden Einzelerscheinungen den Tatsachen noch nicht genügend angepaßt. Wenn wir jenen von der Periode unabhängigen Teil von λ als von der Nachwirkung herrührend ansehen, so ergeben die Versuche für mittlere Perioden von etwa 6—7 Sekunden einfacher Schwingungsdauer als Verhältnis eben jenes Teiles zur Gesamtdämpfung für die gereckte Guttapercha etwa 4:5, wogegen wir früher für die ungereckte ungefähr 1:2 gefunden haben. Während also bei der ungereckten Guttapercha beide Ursachen etwa in gleicher Stärke zur Dämpfung der Torsionsschwingungen beitrugen, ist für die gereckte Guttapercha eine starke Vorherrschaft der elastischen Nachwirkung anzunehmen.

Messungen bei verschiedenen Temperaturen ergaben eine Abnahme von F und λ mit steigender Temperatur, aber diese Abnahme ist besonders für λ nicht linear, wie es bei der ungereckten Guttapercha der Fall war. In dem Intervall von 12° bis 38° nimmt λ anfangs schnell ab, um sich dann bald auf einem annähernd konstanten Werte zu halten.

Ferner ergab sich, daß die Belastung auf die elastischen Konstanten der gereckten Guttapercha einen merklichen Einfluß hat. Während F eine Zunahme mit wachsender Belastung aufweist, und zwar eine verhältnismäßig stärkere als die ungereckte Modifikation zeigte, nimmt die Dämpfung gleichzeitig bedeutend ab.

Bei den Versuchen über die elastische Nachwirkung der gereckten Guttapercha zeigte sich die Hauptunannehmlichkeit, ähnlich wie das früher gefunden war, in der Schwierigkeit der Bestimmung einer endgültigen Ruhelage. In besonderem Maße war ein Einfluß von Temperaturschwankungen auf die Stellung des Fadens bemerkbar, indem die temporäre Ruhelage mit jeder Steigerung und Abnahme der Temperatur hin- und her-

ging. Wegen dieser Tatsache war bei den Versuchen besonders auf Konstanz der Temperatur zu achten, wodurch es sich verbot, sehr große und langdauernde Deformationen zu benutzen.

Ich habe drei Gruppen von Nachwirkungskurven aufgenommen, welche die Abhängigkeit der Torsionswirkung von den drei Versuchsparametern erkennen lassen: Dauer der primären Deformation, Größe derselben und Temperatur. Folgendes sind die Resultate:

1. Die Größe der Nachwirkung s_1 , d. h. der zur Zeit $t = 1$ noch vorhandene Abstand der temporären Ruhelage von der definitiven, wächst mit der Dauer der primären Deformation und zwar etwas langsamer als diese. Die Geschwindigkeit, mit der die Nachwirkung verläuft, nimmt mit wachsendem T ab, so daß also die größere Nachwirkung verhältnismäßig langsamer verschwindet als eine kleinere nach kürzerer Torsion.

2. Die Größe der elastischen Nachwirkung ist bei verschiedenen starken Deformationen annähernd proportional mit der Größe der erteilten Torsion. Für die Geschwindigkeit der Nachwirkung ergibt die Berechnung der Kurven nach den Formeln von Kohlrausch Werte α , die um einen Mittelwert schwanken. Das bedeutet, daß die Nachwirkungen nach verschiedenen großen Torsionen für die gereckte Guttapercha relativ gleich schnell verlaufen; die einzelnen Nachwirkungskurven für verschiedene φ sind in erster Annäherung einander ähnlich.

3. Die Größe der Nachwirkung nimmt mit steigender Temperatur anfangs ab, um nach dem Durchgange durch ein Minimum bei weiterer Temperaturzunahme selbst zu wachsen. Etwas Ähnliches scheint, nach den Werten der Konstanten α zu urteilen, auch für die Geschwindigkeit des Verlaufes der Nachwirkung der Fall zu sein, jedoch lassen die vorliegenden Beobachtungen keinen sicheren Schluß darüber zu.

Allgemein zeigte der Verlauf der elastischen Nachwirkung bei der gereckten Guttapercha nicht ganz die Exaktheit, die bei der ungereckten Modifikation unserer Substanz ziemlich gut vorhanden war, und die nach früheren Beobachtern bei Metallen ganz besonders ausgeprägt ist. Insbesondere wiesen Versuche, die zu verschiedenen Zeiten unter möglichst gleichen Bedingungen ausgeführt wurden, gelegentlich nicht unerhebliche Abweichungen voneinander auf, besonders wenn

der Faden zwischendurch zu anderen Versuchen benutzt worden war. Die Unterschiede in der Geschwindigkeit des Verlaufes der Nachwirkung waren dabei meistens stärker als die in der Größe derselben. Eine Gesetzmäßigkeit dieser Erscheinungen ließ sich nicht finden.

Anhang.

Die Wiechertsche Nachwirkungstheorie.

Bei der Diskussion der Nachwirkungskurven für die ungereckte und die gereckte Guttapercha haben wir für die mathematische Darstellung des Verlaufes der Nachwirkung die Formeln benutzt, die F. Kohlrausch aufgestellt hat, und die, wie sich herausstellte, auch für die Guttapercha geeignet sind, die torsionselastische Nachwirkung zu beschreiben. Als Kohlrausch die Formeln auf Grund seiner mannigfachen Beobachtungen aufgestellt hatte, glaubte er, daß das Verhalten einer Substanz in bezug auf elastische Nachwirkung wesentlich charakterisiert sei durch eine Konstante — das in den Formeln auftretende α —, die er deswegen die *Konstante der Nachwirkung* nannte; α ergab sich als unabhängig von der primären Deformation. Aber schon er selbst fand bei der Untersuchung von Kautschuk, daß für diese Substanz keineswegs eine derartige absolute Konstante α existierte, und unsere Beobachtungen an der Guttapercha zeigen, daß auch für sie α im allgemeinen stark mit den Versuchsbedingungen variiert. Alle drei in der Formel $s = Ce^{-\nu t^m}$ auftretenden Konstanten enthalten die ganze Vorgeschichte des Guttaperchafadens, die vor der beobachteten Nachwirkung liegt. Dadurch wird der Wert, den die Möglichkeit der Darstellung einer einzelnen Nachwirkung durch die Formel hat, beträchtlich gemindert, und die letztere behält nurmehr die Bedeutung einer empirischen Formel, die vermöge ihrer Bauart und ihrer passend zu wählenden Konstanten im allgemeinen gestattet, eine beliebige Nachwirkungskurve annäherungsweise ganz gut darzustellen. Eine Theorie der Nachwirkung gibt sie nicht.

Eine solche aufzustellen ist zuerst mit einigem Erfolge

von Boltzmann¹⁾ versucht. Jedoch sind seine Ansätze veraltet, seit Wiechert²⁾ von breiterer Grundlage ausgehend eine allgemeine Nachwirkungstheorie entwickelt hat, welche die früheren Formeln von Kohlrausch und Boltzmann in sich aufnimmt. Nachdem Wiechert selbst seine Theorie an einer Reihe eigener und verschiedener früherer Beobachtungen geprüft hatte, ist in letzter Zeit eine weitere Bestätigung der Brauchbarkeit der Ansätze durch H. Tobusch³⁾ erfolgt, der außer Beobachtungen über elastische Nachwirkung an Spiralfedern auch solche über magnetische Nachwirkung durch die Wiechertschen Formeln darstellen konnte.

Im folgenden soll untersucht werden, wie sich unsere eigenen Beobachtungen dieser Theorie gegenüber verhalten, und ich will das Resultat vorausschicken, daß nämlich eine gute Übereinstimmung der mathematischen Darstellung mit den experimentell gefundenen Reihen nicht zu erzielen war, so daß die Wiechertsche Theorie die Nachwirkung der Guttapercha nicht ganz darzustellen vermag.

Die Theorien von Boltzmann und Wiechert machen beide über das gleichzeitige Auftreten verschiedener Nachwirkungen in demselben Faden eine Annahme, die als das *Superpositionsprinzip der Nachwirkungen* bezeichnet wird. Während Boltzmann dasselbe als Hypothese an die Spitze stellt, folgt es bei Wiechert, wenn man versucht „das mathematische Endresultat der Theorie ohne Rücksicht auf die Ableitung recht anschaulich auszusprechen“. Sind mehrere Nachwirkungen gleichzeitig in unserem Guttaperchafaden vorhanden, hat derselbe etwa kurz hintereinander mehrere Deformationen erlitten, so ist nach jenem Prinzip die gesamte Nachwirkung, die gegebenenfalls allein der Beobachtung zugänglich ist, die Summe der Einzelnachwirkungen, die je aufgetreten sein würden, wenn nur die betreffende eine Deformation stattgefunden hätte. Schon Kohlrausch⁴⁾ hat darauf hin-

1) L. Boltzmann, I. c.

2) E. Wiechert, Königsberger Inaug.-Diss. 1889; Wied. Ann. 50. p. 335, 546. 1893.

3) H. Tobusch, Göttinger Inaug.-Diss. 1908; auch Ann. d. Phys. 26. p. 439. 1908.

4) F. Kohlrausch, Pogg. Ann. 160. p. 225. 1877.

gewiesen, was hieraus für zwei Nachwirkungen folgt, für welche die Versuchsbedingungen sich nur durch die Dauer der primären Deformation unterscheiden. Wird im ersten Falle eine Torsion T Minuten angehalten, im zweiten Fall dieselbe Torsion nT Minuten, wo n eine ganze Zahl ist, und bezeichnen wir die Nachwirkungen zur Zeit t bzw. mit s_t und S_t , so müßte nach dem Superpositionsprinzip

$$S_t = s_t + s_{T+t} + s_{2T+t} + \dots + s_{(n-1)T+t}$$

sein.

Wir wollen sehen, wie sich unsere Versuche in dieser Hinsicht verhalten und benutzen dazu die Beobachtungen der Tab. I. Nachstehende Tab. III gibt für einige Werte T und n die nach obiger Formel berechneten S_t und dazu die Abweichungen $\Delta = \text{ber.} - \text{beob.}$, die sie gegen die beobachteten Werte s_t zeigen.

Man erkennt, daß die berechneten S_t im allgemeinen größer als die beobachteten sind, und daß die Abweichungen um so stärker werden, je größer n und je kleiner t ist.

Unsere Beobachtungen erfüllen das Superpositionsprinzip nicht gut, und es erschien von vornherein fraglich, ob es möglich sein würde, unsere Nachwirkungsreihen durch Formeln darzustellen, wie sie sich aus der Wiechertschen Theorie ergeben. Ohne eine ausführliche Darstellung der Theorie zu geben¹⁾, was bei den wenigen Bemerkungen, um die es sich hier handeln soll, zu weit führen würde, teile ich nur das Resultat einiger Rechnungen mit. Aus der allgemeinen Theorie folgt für Nachwirkungen, die nach der von uns benutzten Versuchsanordnung beobachtet sind, folgende Darstellung:

$$s_t = \varphi \{\bar{\psi}(t) - \bar{\psi}(t+T)\} + s_t \{\bar{\psi}(t) - \bar{\psi}(T)\}$$

$$- \int_{t=0}^{t=T} \{\bar{\psi}(T-t) - \bar{\psi}(T)\} ds.$$

Hierin ist

$$\bar{\psi}(t) = \frac{\psi(t)}{e + \psi(\bar{t})}$$

1) Ich möchte hierfür etwa auf die erwähnte Arbeit von Tobusch verweisen.

Tabelle III.

G. Grobe.

$\frac{n}{T}$	1 Min.		2 Min.		2 Min.		3 Min.		10 Min.	
	$\frac{1}{2}$ Min.									
<i>t</i>	S_t (ber.)	<i>d</i>	S_t	<i>d</i>	S_t	<i>d</i>	S_t	<i>d</i>	S_t	<i>d</i>
0,66 ..	16,4	+1,2	25,05	+3,15	23,0	+1,1	28,5	+3,4	40,95	+0,95
1	12,4	+0,95	19,95	+2,6	18,25	+0,9	23,25	+2,85	35,5	+0,8
1,5	9,4	+0,9	15,85	+2,85	14,25	+0,7	18,75	+2,55	30,6	+0,7
2	7,55	+0,75	13,25	+2,1	11,8	+0,45	15,85	+2,15	27,2	+0,6
3	5,7	+0,7	10,45	+1,8	9,05	+0,4	12,45	+1,85	22,95	+0,55
5	4,05	+0,65	7,7	+1,55	6,3	+0,15	8,9	+1,3	18,0	+0,2
7	3,25	+0,65	6,35	+1,4	5,0	+0,05	7,2	+1,2	15,2	+0,2
10	2,7	+0,65	5,25	+1,35	3,9	\pm	5,7	+0,9	12,55	+0,1
15	2,1	+0,6	4,05	+1,15	2,9	\pm	4,3	+0,65	9,95	\pm
20	1,8	+0,55	3,45	+1,05	2,45	+0,05	3,8	+0,8	8,4	\pm
30	1,4	+0,55	2,8	+1,0	1,7	-0,1	2,55	+0,25	6,45	-0,05
45	1,2	+0,55	2,35	+1,0	1,3	-0,05	1,95	+0,15	4,7	-0,4
60	1,0	+0,5	1,95	+0,85	1,0	-0,1	1,5	\pm	3,9	-0,25

und $\psi(t)$ ist eine Funktion, die im einzelnen Falle näher bestimmt werden muß. \bar{t} ist irgend ein passend gewählter Wert von t , etwa 1, e eine Konstante, so daß sich $\bar{\psi}$ und ψ nur durch einen konstanten Faktor unterscheiden. Die beiden letzten Glieder der Gleichung spielen die Rolle von Korrektionsgliedern und können meistens wegen ihrer Kleinheit vernachlässigt werden.

Für die noch unbekannte Funktion $\psi(t)$ gibt Wiechert folgende Näherungsformel:

$$\psi(t) = \text{const.} - G t^\gamma,$$

wo G und γ zwei zu bestimmende Konstanten sind. Setzen wir diesen Wert ψ in die strenge Formel ein und lassen die zwei Korrektionsglieder gleich weg, so erhalten wir:

$$s = g ((t + T)^\gamma - t^\gamma).$$

In der Konstanten g steckt als Faktor die Größe φ , die erzielte Deformation, so daß die Versuchsbedingungen φ , T — konstante Temperatur ist vorausgesetzt — in der Formel auftreten, außer den zwei Konstanten g und γ , die noch zweckmäßig gewählt werden können. Hat man g und γ richtig bestimmt, so leistet der Theorie nach die Formel sehr viel. Mit diesen zwei Konstanten allein stellt sie eine ganze Gruppe von Nachwirkungskurven dar, die sich voneinander durch den Wert von T unterscheiden, und durch geeignete Abänderung von g , das ja proportional mit φ ist, könnte man eine zweite Gruppe mit anderem φ darstellen.

Der Versuch, die Nachwirkungskurven für $\varphi = 15^\circ$ und verschiedene T zu berechnen, ergab nachstehende Tab. IV.

Die erste Reihe zeigt, daß die Darstellung einer einzelnen Nachwirkungskurve durch die zweikonstantige Wiechertsche Formel ganz gut möglich ist; die Annäherung geht etwa gleichweit wie die früher mit der Formel von Kohlrausch erreichte. Aber den Vorteil, den die neue Formel der Theorie nach bieten sollte, liefert sie nicht. Bestimmt man die Konstanten g und γ so, daß die beiden Reihen $T = 1$ und $T = 2$ gleichzeitig möglichst gut dargestellt werden, so paßt die so gefundene Formel keineswegs auch noch für andere Werte T .

Tabelle IV.

G. Grobe.

T	g = 101,8 γ = 0,15		g = 94,37 γ = 0,16									
	1 Minute	1/2 Minute	1 Minute	2 Minuten	3 Minuten	5 Minuten						
t	s	d	s	d	s	d	s	d	s	d		
0,66 ..	15,2	-1,05	10,0	-1,7	15,2	-1,2	21,9	+0,1	25,1	+2,6	30,8	+5,3
1	11,45	-0,8	7,1	-0,8	11,45	-0,4	17,35	+0,8	20,4	+3,0	25,8	+5,5
1,5	8,5	+0,1	5,8	-0,6	8,5	+0,1	18,5	+1,1	16,2	+3,15	21,3	+5,3
2	6,8	+0,3	4,1	-0,2	6,8	+0,3	11,35	+1,0	13,7	+3,0	18,3	+5,1
3	5,0	+0,3	3,0	-0,2	5,0	+0,3	8,65	+1,0	10,6	+2,6	14,75	+4,4
5	3,4	+0,2	2,1	-0,2	3,4	+0,2	6,15	+0,55	7,6	+1,9	10,9	+3,35
7	2,6	+0,1	1,7	-0,3	2,6	+0,2	4,95	+0,3	6,0	+1,5	8,9	+2,7
10	2,05	±	1,35	-0,2	2,05	+0,1	3,9	+0,2	4,8	+1,1	7,1	+2,05
15	1,5	±	1,05	-0,3	1,5	±	2,9	+0,1	3,65	+0,7	5,45	+1,4
20	1,25	±	0,9	-0,3	1,25	±	2,4	±	3,0	+0,5	4,5	+1,1
30	0,85	±	0,7	-0,2	0,85	±	1,8	-0,1	2,3	+0,15	3,5	+0,6
45	0,65	±	0,6	-0,3	0,65	-0,1	1,85	-0,2	1,8	±	2,5	+0,4
60	0,5	±	0,5	-0,2	0,5	±	1,1	-0,1	1,5	-0,1	2,0	+0,4

Die Zusammenstellung zeigt die Abweichungen, die für $T = \frac{1}{2}, 1, 2, 3, 5$ bei $g = 94,37$ und $\gamma = 0,16$ resultieren, und man erkennt, daß für eine gute Darstellung mit Hilfe der Formel von Wiechert die Konstante g nicht für die ganze Gruppe von Nachwirkungen den gleichen Wert erhalten darf, sondern für wachsende T selbst kleiner und kleiner gewählt werden muß.

Variiert man aber g , so verläßt man damit den Boden der Wiechertschen Theorie, und die benutzte Formel leistet dann nicht mehr als die von Kohlrausch; auch sie sinkt herab zu einer rein empirischen Formel ohne theoretische Grundlage.

Hat sich im vorstehenden ergeben, daß unsere Beobachtungen über die elastische Torsionsnachwirkung sich nicht gut durch die Formeln der Wiechertschen Theorie darstellen lassen, so fragt es sich, woher die Abweichungen kommen können. Ich habe oben von dem Superpositionsprinzip gesprochen und gezeigt, daß unsere Kurven demselben nur unvollkommen genügen. Diese Tatsache möchte ich als wesentlichen Grund für die Abweichungen des Experimentes von der Theorie ansehen. Wiechert hat in der früher zitierten Arbeit außer mehreren anderen auch die schon öfter erwähnten Beobachtungen an Silberdraht von Kohlrausch zur Prüfung seiner Theorie herangezogen. Dieselben, die nach dem gleichen Versuchsschema angestellt sind wie die meinigen, sind von den von Wiechert diskutierten die einzigen, die sich nicht seiner Theorie unterordnen. Wiechert meint, daß die primäre Deformation bei diesen Versuchen zu groß sei, sie betrug 180° , und daß demnach die Gültigkeit seiner Theorie auf kleine Deformationen beschränkt sei. Aber Kohlrausch selbst hat in seiner Arbeit, Pogg. Ann. 160, gezeigt, daß auch gerade diese Beobachtungen am Silber dem Superpositionsprinzip keineswegs genügen.

Ich möchte hiermit die kurzen Bemerkungen über das Verhältnis der Beobachtungen an der Guttapercha zur Wiechertschen Nachwirkungstheorie schließen. Konnte auch eine Bestätigung der Theorie nicht erzielt werden, so darf andererseits bei den bemerkenswerten Leistungen, die wir

dieser ersten ausführlichen Theorie über die komplizierten Vorgänge der Nachwirkung verdanken, nicht verkannt werden, daß Beobachtungen an einer so veränderlichen organischen Substanz wie Guttapercha keineswegs sehr geeignet sind, über die Brauchbarkeit der Theorie zu entscheiden. Die Schwierigkeiten, welche viele organische Substanzen streng definierten, exakten Messungen entgegenstellen, haben sich auch bei der Guttapercha gezeigt, worauf hinzuweisen sich mehrfach Gelegenheit geboten hat.

(Eingegangen 10. Januar 1910.)

**6. Untersuchungen über Dispersion
und Absorption bei Metallen für das sichtbare
und ultraviolette Spektrum;
von Willi Meier.**

(Auszug aus der Göttinger Dissertation.)

(Hierzu Taf. IV, Figg. 1—14, Taf. V, Figg. 15—27 u. Taf. VI, Figg. 28—43.)

Im folgenden sollen die Resultate wiedergegeben werden, die ich bei der Untersuchung der Reflexion des Lichtes an Metallen erhalten habe. Ich habe diese Untersuchungen auf Anregung von Hrn. Geheimrat Voigt unternommen, um das bereits vorliegende Beobachtungsmaterial so weit zu erweitern, daß man sich ein etwas genauereres Bild über die Zulässigkeit oder Unzulässigkeit der Annahmen machen kann, auf denen sich die heutige Dispersionstheorie der Metalle aufbaut.

Die Beobachtungen wurden nach einer von Voigt¹⁾ angegebenen Methode ausgeführt, die auf der Ausmessung der vektoriellen Verschiebung eines Interferenzpunktgitters basiert. Diese Methode wurde bereits, ebenfalls zur Bestimmung metall-optischer Konstanten, von Minor²⁾ angewandt, auf dessen Beschreibung hier verwiesen werden mag. Über den speziellen Apparateaufbau bei meinen Untersuchungen möge man in meiner Dissertation³⁾ nachlesen.

I. Teil.

Beobachtungsresultate.

Um zunächst die Richtigkeit und Genauigkeit der Methode zu kontrollieren, wurden die Beobachtungen von Minor am Stahlspiegel von mir wiederholt.

Das Ergebnis dieser Beobachtung kann man auf Taf. IV, bei Fig. 1 erkennen. Wie in der Dissertation näher ausgeführt ist, kann man Brechungsindex n und Absorptionsindex α bis

1) W. Voigt, Physik. Zeitschr. 2. p. 303. 1901.

2) R. Minor, Ann. d. Phys. 10. p. 602. 1908.

3) W. Meier, Diss. Göttingen 1909.

auf Abweichungen in der zweiten Dezimale bestimmen. Es soll jedoch nicht verschwiegen werden, daß hierzu Spiegel erforderlich sind, die man so leicht im Normalzustand erhalten kann, wie dies beim Stahl der Fall ist. In anderen Fällen sind die Abweichungen von Spiegel zu Spiegel größer. Der relative Verlauf der Dispersion ist jedoch stets derselbe.

1. Gold.

(Vgl. Figg. 2, 3, 4, Taf. IV.)

Der Goldspiegel war ein auf galvanischem Wege vergoldeter Stahlspiegel von den Dimensionen 15×30 mm. Die erste Beobachtungsreihe ist in ihren Ergebnissen graphisch in Fig. 2, Taf. IV dargestellt. Der Spiegel erschien nicht ganz einwandfrei und wurde daher zum zweiten Male vergoldet.

Die jetzt beobachteten Werte der Phasenverzögerung Δ und das Amplitudenverhältnis ψ in Tab. 1 liefern die in Tab. 2 angegebenen Werte der Konstanten.

Tabelle 1.

λ	Δ	2ψ	q	λ	Δ	2ψ	q
257,3	59° 43'	64° 43'	70°	441,3	62° 5'	64° 59'	75°
274,9	64 29	61 0	70	467,8	61 17	66 29	75
298,1	68 12	60 16	70	508	65 52	73 26	75
325,5	76 58	58 26	70	589,3	79 44	81 40	75
361,1	60 21	61 54	75	668	86 1	84 18	75
398,2	61 46	62 19	75				

Tabelle 2.

λ	φ	$\bar{\varphi}$	n	z	nz	$n^2(1+z^2)$	$nz \frac{\lambda_0}{\lambda}$	J
257,3	60° 43'	30° 40'	0,918	1,243	1,142	2,147	2,85	27,6
274,9	62 44	29 14	1,061	1,195	1,268	2,734	2,72	27,5
298,1	63 57	29 12	1,100	1,239	1,374	3,120	2,72	30,4
325,5	66 36	28 53	1,255	1,295	1,625	4,214	2,94	35,1
361,1	67 40	29 18	1,300	1,346	1,750	4,752	2,86	37,7
398,2	68 12	29 37	1,294	1,400	1,812	4,958	2,68	39,4
441,3	67 55	31 5	1,175	1,572	1,846	4,789	2,47	42,3
467,8	67 34	31 48	1,101	1,659	1,826	4,545	2,30	43,2
508	68 34	35 58	0,908	2,574	2,075	4,955	2,41	57,4
589,3	72 26	40 46	0,469	6,030	2,826	5,881	2,88	81,5
668	74 2	42 6	0,355	9,034	8,206	10,401	2,88	88,3

Die Brechungsindizes nach der Kundtschen Methode sind von Kundt selbst und später von Du Bois und Rubens sowie von Shea und auch von Pflüger bestimmt. Dazu kommt noch eine Bestimmung auf indirektem Wege von Rubens, der aus seinem Werte für das Reflexionsvermögen mit Hilfe der Quinckeschen Angaben für φ sowohl n_x wie n_z ermittelt hat.

Diese Werte sind in der folgenden Tab. 3 zusammengestellt. Die Übereinstimmung ist erträglich.

Tabelle 3.
Brechungsindizes des Goldes.

λ	Kundt	Du Bois u. Rubens	Rubens (ber.)	Shea	Pflüger	Meier
G 431	—	—	—	0,93	1,55	1,22
Blau	1,00	1,06	0,79	—	—	—
F 486	—	—	—	0,82	1,04	1,03
E 527	—	—	0,53	—	—	0,80
Weiß	0,58	—	—	—	—	—
D 589	—	—	—	0,66	0,38	0,47
Rot	0,38	0,52	—	—	—	—
C 670	—	—	0,38	0,29	0,20	0,36

Eine direkte Bestimmung von n_x beim Gold hat Rathenau vorgenommen. Doch sind seine Werte mit den hier erhaltenen nicht im Einklang. Eine bessere Übereinstimmung besteht mit den Rubensschen Werten.

Tabelle 4.
Extinktionskoeffizienten n_x des Goldes.

λ	Rubens	Rathenau	Meier
450	1,52	0,82	1,83
500	—	1,17	—
508	—	—	2,08
527	1,86	—	—
550	—	1,50	—
589	—	—	2,82
600	—	1,84	—
650	—	2,16	—
670	2,91	—	3,20

Messungen des Reflexionsvermögens liegen vor von Rubens, sowie von Rubens und Hagen.

Wie die folgende Tabelle zeigt, sind die Messungen im sichtbaren Spektrum im Einklang, wohingegen die Differenzen im Ultravioletten ziemlich beträchtlich sind. Das von Rubens und Hagen im Ultravioletten gefundene Minimum des Reflexionsvermögens ist bei meinen Beobachtungen nur angedeutet. Wenigstens spricht das Minimum im Hauptazimut ψ dafür.

Tabelle 5.
Reflexionsvermögen des Goldes.

λ	R. u. H.	R.	M.	λ	R. u. H.	R.	M.
251	38,8	—	27,6	450	31,3	44,5	—
275	—	—	27,5	468	—	—	43,2
305	31,8	—	30,4	500	46,8	56,3	—
326	28,6	—	35,1	508	—	—	57,4
357	27,9	—	37,7	550	73,2	72,7	—
385	27,1	—	—	589	—	—	81,5
398	—	—	39,4	600	83,8	82,0	—
420	29,3	—	—	650	89,5	86,2	—
441	—	—	42,8	670	—	—	88,3

2. Nickel.
(Vgl. Figg. 5 und 6, Taf. IV.)

Der Nickelspiegel war ein galvanisch vernickelter Stahlspiegel von 15×30 mm Oberfläche. Nach der Reinigung mit absolutem Alkohol zeigte der Spiegel für Na-Licht ein gegen die Drudeschen Beobachtungen um ca. $2-3^\circ$ zu großes 2ψ . Da eine neue Vernickelung das gleiche Resultat gab, so wurde der Spiegel jetzt zur Beobachtung benutzt, zumal auch andere Beobachter ähnlich hohe Werte von ψ gefunden haben.

Die beobachteten Werte von A und 2ψ sind folgende:

Tabelle 6.

λ	φ	A	2ψ	λ	φ	A	2ψ
257,3	65°	79° 6'	68° 38'	398,2	70°	95° 18'	62° 30'
274,9	65	94 17	60 51	441,3	75	81 23	64 4
298,1	70	82 52	58 53	467,8	75	84 39	65 32
325,5	70	84 3	59 7	508	75	88 37	65 48
361,1	70	83 46	60 10	589,3	75	94 1	66 34
				668	75	100 21	66 50

In der folgenden Tabelle sind die hieraus berechneten Konstanten zusammengestellt.

Tabelle 7.

λ	φ	ψ	n	x	nx	$n^2(1+x^2)$	$nx \frac{\lambda_0}{\lambda}$	J
257,3	61°38'	31°36'	0,872	1,420	1,238	2,292	2,83	30,7
274,9	66 13	30 23	1,119	1,464	1,639	3,937	3,51	37,6
298,1	68 10	29 21	1,313	1,387	1,821	5,039	3,60	39,4
325,5	68 28	29 29	1,321	1,411	1,865	5,221	3,38	40,4
361,1	68 22	30 1	1,276	1,468	1,873	5,133	3,06	41,2
398,2	71 19	31 12	1,374	1,703	2,341	7,369	3,46	50,6
441,3	73 5	31 55	1,458	1,846	2,691	9,370	3,59	56,1
467,8	73 49	32 43	1,438	2,004	2,882	10,376	3,63	59,6
508	74 41	32 54	1,502	2,061	3,095	11,837	3,59	62,1
589,3	75 51	33 0	1,583	2,158	3,415	14,166	3,41	65,5
668	77 6	33 0	1,743	2,183	3,804	17,508	3,36	68,6

Die von Kundt, Du Bois und Rubens, Pflüger und die von Shea nach der Prismenmethode erhaltenen Werte von n sind ebenso wie die von Rubens aus dem Reflexionsvermögen und dem Quinckeschen φ berechneten durchweg um ca. 10 bis 15 Proz. höher wie die hier erhaltenen. Die folgende Tabelle gibt eine Zusammenstellung dieser Werte.

Tabelle 8.
Brechungsindizes des Nickels.

λ	Kundt	Du Bois u. Rubens	Shea	Pflüger	Rubens (ber.)	Meier
431	—	1,54	—	—	1,21	1,42
Blau	1,85	—	—	—	—	—
486	—	1,71	—	1,67	1,62	—
527	—	—	—	—	—	1,50
Weiß	2,01	—	—	—	—	—
589	—	1,84	—	1,87	—	1,58
Rot	2,17	—	—	—	—	—
670	—	2,04	2,01	2,24	2,08	1,74

Beim Extinktionskoeffizienten findet sich eine sehr gute Übereinstimmung mit den von Rubens angegebenen Werten,

dagegen weichen die Zahlen Rathenau wiederum erheblich ab.

Tabelle 9.
Extinktionskoeffizienten $n \times$ des Nickels.

$\lambda =$	441	450	508	527	550	589	650	670
Rathenau	—	1,50	—	—	1,81	—	2,06	—
Rubens	—	2,77	—	3,12	—	—	—	3,79
Meier	2,69	—	3,00	—	—	3,41	—	3,80

Die Übereinstimmung mit den von Rubens, sowie von Rubens und Hagen für das Reflexionsvermögen des Nickels angegebenen Werten ist ebenfalls befriedigend.

Tabelle 10.
Reflexionsvermögen des Nickels.

λ	R. u. H.	R.	M.	λ	R. u. H.	R.	M.
251	37,8	—	—	450	59,8	62	—
275	—	—	37,6	468	—	—	59,8
305	44,2	—	39,4	500	60,8	61	—
326	45,2	—	40,4	508	—	—	62,1
357	48,8	—	41,2	550	62,6	61,8	—
385	46,8	—	—	589	—	—	65,5
398	—	—	50,6	600	64,9	62,9	—
420	56,8	—	—	650	65,9	65,5	—
441	—	—	56,1	670	—	—	68,3

Es war von Interesse, die optischen Konstanten ohne künstliche Politur nach der Biernackischen Methode¹⁾ hergestellter Metallspiegel zu bestimmen.

Ich verdanke die im folgenden benutzten beiden auf diese Weise hergestellten Spiegel der Liebenswürdigkeit des Hrn. Moronski.

Die Spiegel waren auf Spiegelglas zerstäubt, undurchsichtig und ohne erkennbare Fehler. Ihre Fläche war 15×30 mm groß.

Ich gebe nun im folgenden die gemachten Beobachtungen.

1) V. Biernacki, Ann. d. Phys. 16. p. 943. 1905.

3. Nickel, zerstäubt auf Glas.

(Figg. 7 und 8, Taf. IV.)

Es ergaben sich für die relative Phasenverzögerung und für das Azimut der wiederhergestellten lineären Polarisation die Werte:

Tabelle 11.

λ	φ	A	2ψ	λ	φ	A	2ψ
257,3	65° 0'	79° 32'	56° 34'	441,3	75° 0'	46° 22'	68° 42'
274,9	65	78 27	56 2	467,8	75	50 2	68 37
298,1	65	77 8	55 53	508	75	54 36	68 38
325,5	65	75 30	55 30	589,3	75	65 34	62 57
361,1	65	75 58	55 41	668	75	70 27	62 55
398,2	65	79 13	55 49				

Vergleicht man die hieraus gewonnenen Konstanten, die in Tab. 12 zusammengestellt sind, mit den beim vorigen Spiegel berechneten, so fällt sofort die Tatsache in die Augen, daß der Haupteinfallswinkel beim Zerstäubungsspiegel bedeutend kleiner wie beim galvanisch hergestellten Spiegel ist. Ebenso ist das Hauptazimut durchschnittlich um 2° niedriger.

Tabelle 12.

λ	φ	ψ	n	x	nx	$n^2(1+x^2)$	$nx \frac{\lambda_0}{\lambda}$	J
257,3	62° 2'	28° 4'	1,085	1,095	1,187	2,585	2,72	24,6
274,9	61 44	27 45	1,091	1,059	1,156	2,526	2,48	23,5
298,1	61 21	27 36	1,085	1,035	1,122	2,436	2,22	22,6
325,5	60 54	27 19	1,082	1,008	1,085	2,347	1,96	21,5
361,1	61 0	27 26	1,081	1,011	1,093	2,362	1,78	21,7
398,2	61 58	27 40	1,091	1,081	1,178	2,578	1,74	24,2
441,3	62 51	27 50	1,158	1,064	1,232	2,859	1,65	25,0
467,8	64 9	28 33	1,169	1,169	1,366	3,234	1,72	28,8
508	65 41	29 18	1,191	1,292	1,539	3,786	1,79	33,5
589,3	69 3	30 21	1,299	1,518	1,971	5,573	1,97	43,3
668	70 48	30 45	1,354	1,607	2,176	6,877	1,92	48,7

Wie die graphische Darstellung (Taf. IV, Fig. 7) von φ und ψ zeigt, ist im übrigen der Habitus der Kurven im allgemeinen ein ähnlicher wie beim galvanisch niedergeschlagenen Nickel. Sowohl Haupteinfallswinkel wie Hauptazimut nehmen

mit abnehmender Wellenlänge ab und erreichen beide, φ etwas früher wie $\bar{\psi}$, ein Minimum. Jetzt aber kommt wenigstens beim Haupteinfallswinkel ein Unterschied gegen den vorigen Spiegel, insofern $\bar{\varphi}$ vom Minimum aus hier dauernd mit abnehmendem λ ansteigt, während es früher bald darauf rapide abnahm.

Wodurch diese großen Abweichungen gegenüber dem galvanisch niedergeschlagenen Nickel zu erklären sind, müssen weitere Versuche lehren. Die große Verkleinerung von $\bar{\varphi}$ lässt zuerst den Gedanken an eine starke Oberflächenschicht aufkommen. Doch widerspricht dem die gleichzeitige Verkleinerung von $\bar{\psi}$, da nach der Vorstellung über Oberflächenschichten diese $\bar{\psi}$ vergrößern sollen. Auch widerspricht dem der offensichtlich gute Zustand des Spiegels. Vielleicht hat man den Grund in einer Anisotropie des Spiegels zu suchen, die bei der Entstehung des Spiegels durch die Richtkraft des vom elektrischen Heizstrom herrührenden Feldes hervorgerufen ist, zumal diese Spiegel, wie Biernacki wenigstens für Eisen angibt, starken remanenten Magnetismus zeigen.

Die Kurven (Taf. IV, Fig. 8) für n und α sind ebenfalls denen beim vorigen Spiegel nur sehr entfernt ähnlich.

Die beobachteten Extinktionskoeffizienten $n\alpha$ passen sich jetzt recht gut den von Rathenau an chemisch niedergeschlagenen Schichten gefundenen an, wie die folgende Zusammenstellung zeigt.

Tabelle 13.
Extinktionskoeffizienten des Nickels.

$\lambda =$	450	468	500	508	550	589	600	650	668
Rathenau	1,50	—	1,65	—	1,81	—	1,92	2,06	—
Meier	—	1,87	—	1,54	—	1,97	—	—	2,18

Beim vorigen Spiegel war eine solche Übereinstimmung nicht vorhanden.

4. Eisen, zerstäubt auf Glas.
(Figg. 9 und 10, Taf. IV.)

Die folgende Tabelle enthält die an diesem Spiegel gemachten Beobachtungen.

Tabelle 14.

λ	φ	A	2ψ	λ	φ	A	2ψ
257,3	60°	82°53'	53°17'	441,3	75°	50°27'	60°59'
274,9	60	77 37	54 37	467,8	75	52 49	59 48
298,1	65	62 6	58 19	508	75	54 16	59 0
325,5	65	67 12	57 29	589,3	75	58 28	56 49
361,1	65	75 28	56 59	668	75	65 8	54 8
398,2	65	84 27	55 27				

Hieraus berechnen sich die optischen Konstanten dieses Spiegels wie folgt:

Tabelle 15.

λ	φ	ψ	n	x	nx	$n^2(1+x^2)$	$nx \frac{\lambda_0}{\lambda}$	J
257,3	58° 0'	26° 32'	1,006	0,874	0,880	1,789	2,02	16,2
274,9	56 20	27 0	0,945	0,841	0,795	1,526	1,70	14,4
298,1	56 46	27 32	0,921	0,903	0,832	1,542	1,65	16,0
325,5	58 13	27 40	0,986	0,923	0,910	1,800	1,65	17,4
361,1	60 47	28 4	1,042	1,051	1,095	2,284	1,79	22,4
398,2	63 27	27 40	1,166	1,109	1,293	3,031	1,91	26,7
441,3	64 42	27 8	1,279	1,072	1,371	3,517	1,83	27,7
467,8	65 37	26 56	1,340	1,082	1,449	3,894	1,83	29,2
508	66 11	26 45	1,382	1,082	1,496	4,151	1,74	30,2
589,3	67 40	26 15	1,507	1,081	1,629	4,923	1,63	32,6
668	69 38	25 44	1,696	1,082	1,838	6,246	1,62	36,2

Wiederum ergibt sich auch hier ganz analog wie beim Nickelsspiegel eine erhebliche Erniedrigung des Haupteinfallswinkels, sowie auch des Hauptazimuts gegenüber den sonst beim Eisen bzw. Stahl beobachteten Werten. Betrachtet man die graphische Darstellung (Taf. IV, Fig. 9) von $\bar{\varphi}$ und $\bar{\psi}$, so sieht man wieder eine gewisse Ähnlichkeit mit dem beim Stahl beobachteten Verlauf der Dispersion von $\bar{\varphi}$ und $\bar{\psi}$. Nur sollte entsprechend den Beobachtungen von Minor der Haupteinfallsinkel im äußersten Ultraviolet mit abnehmender Wellenlänge abnehmen, während er in Wirklichkeit ganz wie beim zerstäubten Nickel wieder zunimmt. Der Verlauf von $\bar{\varphi}$ dagegen paßt sich, abgesehen von den Absolutwerten, vollkommen dem beim Stahl beobachteten an, indem $\bar{\psi}$ von einem Maximalwert bei $\sim \lambda = 350 \mu\mu$ nach beiden Seiten gleichmäßig abnimmt.

Die Dispersion des Brechungs- und des Absorptionsindex ist in der Taf. IV, Fig. 10 dargestellt.

Diese Kurven sind den analogen Kurven beim Stahl, wie sie von Minor gegeben sind, im allgemeinen Habitus ebenfalls ähnlich. Z. B. findet sich dort ebenso wie hier an derselben Stelle im Spektrum die doppelte Überschneidung der beiden Kurven. Die Absolutwerte weichen jedoch beträchtlich voneinander ab.

Für die Extinktionskoeffizienten n_x ergibt sich auch hier wieder genau wie beim Nickel eine gute Übereinstimmung mit den von Rathenau gegebenen, die sich bisher nicht gerade gut in die übrigen Beobachtungen einpassen wollten.

Tabelle 16.
Extinktionskoeffizienten des Eisens.

$\lambda =$	450	468	500	508	550	589	600	650	668
Rathenau	1,24	—	1,39	—	1,52	—	1,61	1,78	—
Meier	—	1,45	—	1,50	—	1,63	—	—	1,84

5. Platin.

(Figg. 11, 12 und 13, Taf. IV.)

Der Platinspiegel wurde in der Weise hergestellt, daß ein Stahlspiegel zunächst schwach verkupfert und dann galvanisch verplatinirt wurde. Die Herstellung wurde von der Firma Winkel-Göttingen übernommen.

Der Spiegel war äußerlich tadellos. Die spiegelnde Fläche betrug 15×40 mm.

Es wurde beobachtet:

Tabelle 17.

λ	φ	Δ	2ψ	λ	φ	Δ	2ψ
257,3	65°	95° 21'	59° 48'	441,3	75°	92° 57'	60° 13'
274,9	65	104 24	61 0	467,8	75	96 6	59 18
298,1	70	90 0	62 28	508	75	99 9	57 45
325,5	70	91 11	63 1	589,3	75	104 24	55 31
361,1	70	96 56	63 16	668	75	108 42	54 10
398,2	70	109 31	62 55				

Tabelle 18.

λ	φ	ψ	n	x	nx	$n^3(1+x^2)$	$nx \frac{\lambda_0}{\lambda}$	J
257,3	66°31'	29°50'	1,171	1,411	1,652	4,102	3,78	37,1
274,9	68 58	30 7	1,294	1,513	1,958	5,509	4,20	43,1
298,1	70 0	31 14	1,278	1,672	2,137	6,203	4,23	47,6
325,5	70 18	31 30	1,275	1,720	2,194	6,439	3,97	48,9
361,1	71 44	31 38	1,375	1,766	2,429	7,793	3,96	52,4
398,2	74 38	30 46	1,795	1,714	2,978	11,850	4,40	57,5
441,3	75 35	30 5	1,938	1,682	3,163	13,764	4,22	58,4
467,8	76 14	29 32	2,093	1,571	3,287	15,186	4,14	58,9
508	76 44	28 48	2,285	1,481	3,387	16,670	3,92	58,9
589,3	77 36	27 20	2,829	1,345	3,536	19,413	3,54	59,0
668	78 14	26 20	2,913	1,257	3,662	21,887	3,23	59,4

Da ich wegen der schlechten Übereinstimmung mit den Drudeschen Beobachtungen dem benutzten Spiegel mißtraute, wie in der Dissertation näher auseinandergesetzt, so wurde der Spiegel zum zweiten Male platiniert. Trotz der dabei sicher eingetretenen Verunreinigung des Spiegels, die sich schon für das Auge in großen weißgrauen Flecken dokumentierte, zeigten die Konstanten, wie Fig. 12 ergibt, doch einen analogen Verlauf wie beim ersten Spiegel, so daß hier wohl wirkliche Konstitutionsdifferenzen in Frage kommen.

6. Wismut.

(Fig. 14, Taf. IV und Fig. 15, Taf. V.)

Um das Metall möglichst feinkristallinisch zu erhalten, wurde es in einem Tiegel geschmolzen, und dann durch Eintauchen in Wasser sehr schnell abgekühlt. Die Politur machte einige Schwierigkeiten, so daß der erhaltene Spiegel nicht kratzenfrei war.

Die beobachteten Werte für Phasenverzögerung und Amplitudenverhältnis sind folgende:

Tabelle 19.

λ	φ	A	2ψ	λ	φ	A	2ψ
257,3	70°	54°54'	62°11'	441,3	75°	72°25'	62°59'
274,9	70	60 0	62 31	467,8	75	76 20	62 11
298,1	70	65 56	63 49	508	75	79 13	61 40
325,5	70	70 44	64 23	589,3	75	85 48	59 43
361,1	75	60 28	66 37	668	75	92 3	59 22
398,2	75	67 58	64 15				

Als Konstanten für Wismut ergeben sich hiernach die in der folgenden Tab. 20 zusammengestellten Werte.

Tabelle 20.

λ	$\bar{\varphi}$	$\bar{\psi}$	n	x	nx	$n^2(1+x^2)$	$nx \frac{\lambda_0}{\lambda}$	J
257,3	59°30'	28°35'	0,991	1,006	0,998	1,978	2,29	20,1
274,9	61 6	29 30	0,992	1,152	1,143	2,291	2,45	24,8
298,1	62 57	30 51	0,972	1,366	1,328	2,710	2,63	31,2
325,5	64 27	31 32	0,981	1,515	1,486	3,170	2,69	36,0
361,1	67 16	31 47	1,090	1,645	1,792	4,399	2,92	42,5
398,2	69 52	31 15	1,262	1,653	2,087	5,950	3,09	46,7
441,3	70 55	30 56	1,376	1,644	2,262	7,012	3,02	48,9
467,8	71 55	30 45	1,472	1,645	2,421	8,030	3,05	50,8
508	72 38	30 37	1,547	1,644	2,543	8,860	2,95	52,2
589,3	74 7	29 50	1,782	1,572	2,801	11,019	2,80	54,3
668	75 25	29 41	1,961	1,576	3,091	13,899	2,73	57,2

Kundt hat mittels der Prismenmethode n beim Wismut direkt bestimmt. Seine Werte sind durchschnittlich etwa 20 Proz. größer wie die hier angegebenen. Diese Differenz lässt sich wohl durch die Schwierigkeit der direkten Methode erklären.

7. Zink.

(Figg. 16 und 17, Taf. V.)

Die Herstellung eines optisch normalen Zinkspiegels in hinreichender Größe machte große Schwierigkeiten. Eigene Polierversuche führten zu keinem Resultat. Schließlich erhielt ich von der Firma Winkel-Göttingen ein einigermaßen brauchbares Präparat. Der Spiegel hatte eine Größe von 10×20 mm. Die letzten feinen Kratzen, die nicht ohne Verunreinigung der Oberfläche zu beseitigen waren, ließen nur einen matten Glanz des Spiegels zustande kommen und erschwerten durch diffuse Reflexion eine genaue Ausmessung der Punktreihen, besonders im äußersten Ultraviolet.

Trotzdem zeigen die erhaltenen Werte einen recht guten Verlauf. Die feinen Kratzen lagen parallel zur Einfallsebene.

Es wurden folgende Werte beobachtet.

Tabelle 21.

λ	φ	Δ	2ψ	λ	φ	Δ	2ψ
257,3	65° 0	55° 38'	74° 24'	441,3	75° 0	87° 3'	74° 52'
274,9	65	74 45	78 19	467,8	75	92 18	74 19
298,1	70	71 49	78 6	508	75	102 12	72 18
325,5	70	87 27	77 3	589,3	75	110 59	69 31
361,1	75	76 22	76 38	668	75	118 35	66 16
398,2	75	82 22	75 24				

Die hieraus sich ergebenden Konstanten sind in der folgenden Tabelle zusammengestellt.

Tabelle 22.

λ	$\bar{\varphi}$	$\bar{\psi}$	n	x	nx	$n^2(1+x^2)$	$nx \frac{\lambda_0}{\lambda}$	J
257,3	51° 28'	35° 39'	0,554	1,103	0,612	0,681	1,40	20,5
274,9	59 42	37 25	0,456	2,558	1,167	1,569	2,50	47,6
298,1	64 18	38 45	0,469	3,405	1,598	2,774	3,16	60,2
325,5	69 14	38 31	0,599	3,719	2,229	5,326	4,04	68,2
361,1	71 35	38 8	0,720	3,626	2,610	7,829	4,26	70,5
398,2	73 10	37 38	0,846	3,450	2,917	9,224	4,32	71,6
441,3	74 19	37 25	0,934	3,401	3,178	10,972	4,24	73,3
467,8	75 31	37 9	1,049	3,823	3,485	18,247	4,39	74,3
508	77 83	35 58	1,406	2,918	4,101	18,798	4,76	75,1
589,3	79 7	84 6	1,932	2,412	4,661	25,454	4,66	74,5
668	80 19	31 42	2,618	1,942	5,088	32,694	4,48	73,1

8. Selen.

(Figg. 18 und 19, Taf. V.)

Von Hrn. Privatdozenten Dr. Krüger wurde mir in liebenswürdiger Weise ein Selenspiegel zur Verfügung gestellt. Das Selen war in geschmolzenem Zustand auf einer Messingplatte ausgebreitet und dann von der Firma Winkel geschliffen und poliert. Bei genauerer Untersuchung zeigte die

spiegelnde Fläche von etwa 50×100 mm sehr viele feine Öffnungen und Poren. Nur eine Stelle von etwa 15 mm Durchmesser war ziemlich frei davon. Um nur diese Stelle benutzen zu können und doch Photogramme von genügender Ausdehnung zu erhalten, war ich gezwungen, mit dem Einfallswinkel nicht über 65° hinauszugehen. Daher röhren die im folgenden gegebenen großen Werte für Δ . Auf die Bestimmung der optischen Konstanten ist dies jedoch von weit geringerem Einfluß, wie eine größere Unvollkommenheit des Spiegels.

Ich habe folgende Beobachtungsresultate — sämtlich bei $\varphi = 65^\circ$ — erhalten.

Tabelle 23.

λ	Δ	2ψ	λ	Δ	2ψ
257,3	96°30'	41°16'	441,3	141° 5'	31°58'
274,9	101 19	41 31	467,8	143 11	30 18
298,1	124 44	40 28	508	144 55	28 11
325,5	132 38	38 58	589,3	147 11	24 14
361,1	129 51	36 34	668	151 41	20 46
398,2	137 45	34 39			

Die sich hieraus ergebenden optischen Konstanten sind in Tab. 24 zusammengestellt.

Tabelle 24.

λ	φ	ψ	n	x	nx	$n^2(1+x^2)$	$nx \frac{\lambda_0}{\lambda}$	J
257,3	66°22'	20°33'	1,731	0,725	1,255	4,570	2,87	23,3
274,9	67 21	20 29	1,816	0,736	1,337	5,086	2,87	25,3
298,1	71 39	17 31	2,464	0,635	1,566	8,527	3,10	31,8
325,5	72 39	15 23	2,748	0,546	1,500	9,799	2,72	32,5
361,1	71 50	14 50	2,647	0,518	1,371	8,886	2,24	30,3
398,2	72 34	12 28	2,884	0,426	1,228	9,825	1,82	30,5
441,3	72 23	10 42	2,930	0,359	1,052	9,691	1,40	29,2
467,8	72 14	9 39	2,944	0,320	0,943	9,558	1,19	28,4
508	71 54	8 34	2,924	0,281	0,821	9,227	0,95	27,2
589,3	71 10	6 51	2,846	0,221	0,791	8,498	0,79	25,1
668	70 34	5 6	2,790	0,161	0,450	7,989	0,40	23,4

feine
urch-
e be-
nder
falls-
ie im
nung
erem
n bei

68'
8
1
4
6

sind

J

3,3

3,3

,8

,5

,3

,5

,2

,2

,1

,4

9. Quecksilber.

(Figg. 20 und 21, Taf. V).

Mein Apparat gestattete die Benutzung horizontaler Spiegel nicht. Das Quecksilber wurde daher in einem Glastrog beobachtet, dessen eine Wand durch ein gleichseitiges Uviolprisma ersetzt war. Das Licht wurde entsprechend der beistehenden Figur reflektiert. (Vgl. Dissertation, p. 41.)

Ich gebe in der folgenden Tabelle die mit dieser Einrichtung gewonnenen Werte für käufliches reines Quecksilber.

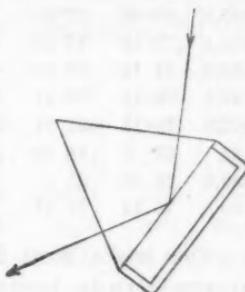


Fig. 1.

Tabelle 25.

λ	φ	A	2ψ	λ	φ	A	2ψ
325,5	60°	98° 41'	77° 20'	467,8	60°	122° 24'	76° 43'
361,1	60	107 19	77 27	508	60	125 40	76 7
398,2	60	114 50	77 11	589,3	60	131 32	75 38
441,3	60	118 43	77 10				

Die Brechungsindizes des Glasprisma waren für:

$$\begin{array}{ccccccccc} \lambda & = & 325,5 & & 361,1 & & 398,2 & & 441,3 \\ n & = & 1,5800 & & 1,5236 & & 1,5174 & & 1,5126 \end{array} \quad \begin{array}{ccccccccc} & & & & & & 467,8 & & 508 \\ & & & & & & 1,5103 & & 1,5078 \end{array} \quad \begin{array}{ccc} & & 589,3 \\ & & 1,5037 \end{array}$$

Unter Benutzung dieser Werte und der bekannten Relation $n_a = n_b \cdot n_{ab}$ ergaben sich dann aus obiger Tabelle die optischen Konstanten des Quecksilbers gegen Luft wie folgt. (Das Hauptazimut wurde nach der von Drude gegebenen Formel berechnet.)

$$\operatorname{tg} 2\bar{\psi} = x \left(1 + \frac{1}{n^2(1+x^2)} \right)$$

Tabelle 26.

λ	φ	ψ	n	x	nx	$n^2(1+x^2)$	$nx \frac{\lambda_0}{\lambda}$	J
325,5	69° 32'	37° 51'	0,679	3,323	2,257	5,554	4,09	65,7
361,1	72 10	37 54	0,774	3,510	2,717	7,982	4,43	70,6
398,2	74 12	37 38	0,921	3,438	3,166	10,870	4,69	78,1
441,3	75 16	37 21	1,011	3,387	3,424	12,747	4,57	74,2
467,8	76 13	36 51	1,149	3,207	3,684	14,890	4,64	74,7
508	77 0	36 18	1,312	2,986	3,916	17,059	4,54	74,6
589,3	78 23	35 17	1,624	2,718	4,406	22,046	4,41	75,3
630	78 54	34 57	1,719	2,733	4,697	25,017	4,39	76,7

Der letzte Wert für $\lambda = 630 \mu\mu$ ist unter Zugrundelegung der von Drude bestimmten Werte der Dispersion zwischen den Wellenlängen $\lambda = 589,3 \mu\mu$ und $\lambda = 630 \mu\mu$ berechnet.

Vielfache Versuche, Kalium und Natrium in ähnlicher Weise der Beobachtung zugänglich zu machen, mißlangen gänzlich.

Ebenso gelang es nicht Antimon und Arsenspiegel auf einer Prismenfläche in genügender Größe niederzuschlagen.

Schließlich habe ich noch versucht, das Prisma mit geschmolzenem Jod zu hintergießen. Es gelang dies auch ziemlich leicht. Da die Jodkristalle ziemlich stark doppelbrechend sind und die erhaltene Masse grobkristallinische Struktur besaß, so zeigten die Punktsysteme keine vollkommene Regelmäßigkeit. Wenn ich daher im folgenden die erhaltenen Resultate gebe, so ist deren absolute Größe nicht allzu genau, wohingegen ihr Verlauf mit wechselndem λ größere Genauigkeit aufweisen dürfte.

10. Jod.

(Figg. 22 und 28, Taf. V.)

Ich habe folgende Werte für das Amplitudenverhältnis und die relative Phasenverzögerung beobachtet.

Tabelle 27.

λ	φ	A	2ψ	λ	φ	A	2ψ
325,5	60°	65° 4'	43° 24'	467,8	60°	127° 32'	34° 33'
361,1	60	92 3	41 40	508	60	185 42	31 24
398,2	60	104 41	39 20	589,3	60	149 48	21 50
441,3	60	119 27	36 36				

Hieraus berechnen sich folgende Jodkonstanten gegen Luft.

Tabelle 28.

λ	φ	ψ	n	x	nx	$n^2(1+x^2)$	$nx \frac{\lambda_0}{\lambda}$	J
925,5	63° 19'	16° 6'	1,70	0,49	0,84	3,61	1,52	15,0
961,1	68 34	18 41	2,04	0,65	1,33	5,94	2,18	26,0
998,2	70 50	17 40	2,36	0,63	1,48	7,74	2,19	30,0
441,3	72 59	15 6	2,81	0,54	1,53	10,24	2,04	33,3
467,8	73 50	13 28	3,08	0,47	1,44	11,56	1,81	34,2
508	74 18	10 52	3,81	0,37	1,22	12,44	1,42	34,0
589,3	73 35	5 18	9,34	0,17	0,57	11,48	0,57	30,3

11. Legierung von Kupfer und Silber.

(Figg. 24 und 25, Taf. V.)

Um eventuell einen näheren Zusammenhang der optischen Konstanten einer Legierung mit denen ihrer Komponenten zu finden, habe ich eine Legierung von 50 Teilen Silber mit 50 Teilen Kupfer untersucht. Der benutzte Spiegel war von Zeiss (Jena) geschliffen und ohne Tadel. Die spiegelnde Fläche war kreisförmig mit einem Durchmesser von etwa 30 mm.

Die Beobachtung ergab folgende Werte für Phasenverschiebung und Amplitudenverhältnis.

Tabelle 29.

λ	φ	A	2ψ	λ	φ	A	2ψ
257,3	65°	61° 54'	62° 1'	441,3	75°	62° 57'	77° 25'
274,9	65	61 7	60 41	467,8	75	63 3	78 24
298,1	65	65 38	62 80	508	75	65 55	78 11
325,5	65	70 1	67 25	589,3	75	72 21	82 57
361,1	65	74 41	70 45	668	75	82 30	84 82
398,2	65	79 26	72 35				

Hieraus berechnet sich:

Tabelle 30.

λ	$\bar{\varphi}$	$\bar{\psi}$	n	x	nx	$n^2(1+x^2)$	$nx \frac{\lambda_0}{\lambda}$	J
257,3	55° 54'	29° 28'	0,858	0,935	0,803	1,381	1,84	16,2
274,9	55 49	28 40	0,891	0,880	0,785	1,410	1,68	15,0
298,1	57 13	30 8	0,850	1,046	0,889	1,512	1,76	19,3
325,5	58 18	33 4	0,720	1,402	1,010	1,538	1,83	27,6
361,1	59 52	35 3	0,682	1,820	1,150	1,722	1,88	36,6
398,2	61 29	36 9	0,591	2,201	1,301	2,041	1,92	44,0
441,3	67 26	37 58	0,602	3,257	1,961	4,209	2,62	62,5
467,8	69 3	38 46	0,577	3,825	1,753	5,203	2,21	68,6
508	68 23	38 83	0,577	3,643	2,108	4,756	2,44	66,6
589,3	70 20	41 18	0,366	6,678	2,441	6,093	2,44	81,3
668	73 8	42 15	0,319	9,383	2,997	9,086	2,64	88,1

Die Kurven für $\bar{\varphi}$ und $\bar{\psi}$ zeigen eine entfernte Ähnlichkeit mit den von Minor gegebenen Kupferkurven, doch ist eine quantitative Beziehung zu den Kupfer- und Silberkonstanten nicht zu erkennen.

12. Legierung von Wood.

(Figg. 26 und 27, Taf. V.)

Zum Schluß habe ich die bekannte leichtschmelzende Wood'sche Wismutlegierung untersucht, von der sich sehr leicht tadellose Spiegel herstellen lassen. Die Legierung wurde geschmolzen, die oberflächliche Schmutz- und Oxydhaut mit einem Glasstäbchen entfernt und dann möglichst schnell auf die entstandene blanke Fläche eine Spiegelglasplatte gelegt. Nach dem *vollständigen* Erkalten — dies ist wichtig, da sonst der erhaltene Spiegel sehr schnell matt wird — läßt sich die Glasplatte leicht abheben und es resultiert ein sehr schöner Spiegel.

An einem solchen Spiegel habe ich folgende Werte für die relative Phasenverzögerung und das Amplitudenverhältnis gemessen.

Tabelle 31.

λ	A	2ψ	λ	A	2ψ
257,3	70° 55'	75° 9'	441,3	109° 24'	71° 46'
274,9	79 11	73 40	467,8	108 12	70 15
298,1	86 52	73 21	508	116 4	70 14
325,5	91 59	72 40	589,3	122 12	70 7
361,1	98 15	72 19	668	126 12	69 56
398,2	105 40	71 39			

Der Einfallswinkel betrug 70°. Hiernach ergeben sich die optischen Konstanten wie folgt:

Tabelle 32.

λ	φ	$\bar{\psi}$	n	x	nx	$n^2(1+x^2)$	$nx \frac{\lambda_0}{\lambda}$	J
257,3	64° 0'	37° 10'	0,580	2,677	1,553	2,747	3,56	52,7
274,9	66 48	36 42	0,683	2,725	1,993	3,925	3,99	56,6
298,1	69 5	36 40	0,760	2,856	2,170	5,287	4,29	61,1
325,5	70 32	36 20	0,849	2,811	2,386	6,414	4,32	64,9
361,1	72 12	36 4	0,956	2,801	2,678	8,089	4,37	65,2
398,2	74 4	35 30	1,137	2,684	3,051	10,601	4,52	68,8
441,3	74 40	35 22	1,223	2,668	3,262	11,657	4,36	67,6
467,8	74 36	34 39	1,281	2,457	3,147	11,543	3,96	66,1
508	76 23	34 6	1,531	2,363	3,619	15,440	4,20	68,6
589,3	77 42	33 26	1,800	2,237	4,027	19,454	4,03	70,1
668	78 30	32 49	2,043	2,095	4,280	22,580	3,78	70,5

II. Teil.

13. Bestimmung der Konstanten für freie und gebundene Elektronen.

Im folgenden Abschnitt habe ich versucht, auf Grund der gegebenen Beobachtungsresultate die Konstanten zu bestimmen, mit denen man unter Annahme der Drudeschen Theorie die Dispersion darstellen kann.

Die komplexe Grundgleichung für Dispersion und Absorption ist

$$n^2 = 1 + \sum \frac{e}{\nu_0^2 + i\nu\nu' - \nu^2},$$

woraus man durch Trennung des reellen und imaginären Teiles erhält

$$2 n^2 \kappa = \sum \frac{\varrho \frac{\nu'}{\nu}}{(\nu_0^2 - \nu^2)^2 + \nu'^2 \nu^2}$$

und

$$n^2(1 - \kappa^2) = 1 + \sum \frac{\varrho (\nu_0^2 - \nu^2)}{(\nu_0^2 - \nu^2)^2 + \nu'^2 \nu^2}.$$

Dabei ist ν eine Frequenz,

$$\varrho = 4\pi \mathfrak{N} e \left(\frac{e}{m} \right)$$

gleich $4\pi \times$ Gesamtladung der Volumeneinheit \times dem charakteristischen Quotienten e/m ,

$$\nu_0^2 = \frac{k}{m} \text{ gleich } \frac{\text{quasielastische Kraft}}{\text{Masse des Elektrons}},$$

$$\nu' = \frac{h}{m} \text{ gleich } \frac{\text{dämpfende Kraft}}{\text{Masse des Elektrons}}.$$

Für die Erklärung der Stromleitung in Metallen muß man zum mindesten eine Gattung von Elektronen zulassen, die nicht an eine Ruhelage gebunden ist, für die also $\nu_0 = 0$ zu setzen ist. Das auf sie bezügliche Glied kann man aus der Summe vorziehen und erhält

$$2 n^2 \kappa = \frac{\varrho_1 \frac{\nu_1'}{\nu}}{\nu^2 + \nu_1'^2} + \sum \frac{\varrho \frac{\nu'}{\nu}}{(\nu_0^2 - \nu^2)^2 + \nu'^2 \nu^2},$$

$$n^2(1 - \kappa^2) = 1 - \frac{\varrho_1}{\nu^2 + \nu_1'^2} + \sum \frac{\varrho (\nu_0^2 - \nu^2)}{(\nu_0^2 - \nu^2)^2 + \nu'^2 \nu^2},$$

oder wenn man $\lambda = 2\pi c/\nu$ und $C = \varrho/4\pi^2 c^2$ einführt

$$2 n^2 \kappa = \frac{C_1 \lambda_1' \lambda^3}{\lambda^2 + \lambda_1'^2} + \sum \frac{C \frac{1}{\lambda \lambda'}}{\left(\frac{1}{\lambda_0^2} - \frac{1}{\lambda^2} \right)^2 + \frac{1}{\lambda^2 \lambda'^2}},$$

$$n^2(1 - \kappa^2) = 1 - \frac{C_1 \lambda_1'^3 \lambda^3}{\lambda^2 + \lambda_1'^2} + \sum \frac{C \left(\frac{1}{\lambda_0^2} - \frac{1}{\lambda^2} \right)}{\left(\frac{1}{\lambda_0^2} - \frac{1}{\lambda^2} \right)^2 + \frac{1}{\lambda^2 \lambda'^2}}.$$

Die optischen Eigenschaften der Metalle nur auf Grund der Annahme einer Gattung freier Elektronen zu erklären, geht nicht an, da dies ein fortwährendes Abnehmen von $2n^2\kappa$ und ein fortwährendes Zunehmen von $n^2(1 - \kappa^2)$ mit abnehmendem λ zur Folge hätte, was der Wirklichkeit nicht immer ent-

spricht. Selbst wenn die Beobachtungen ein derartiges Verhalten von $2n^2x$ und $n^2(1-x^2)$ ergeben, kommt man nicht immer mit der Annahme einer Gattung freier Elektronen aus, da dann häufig die Ab- oder Zunahme der Werte schneller oder langsamer erfolgt, wie es den Formeln nach überhaupt möglich ist.

Es superponieren sich also den durch die freien Elektronen bestimmten Kurven für $2n^2x$ und $n^2(1-x^2)$ noch von Eigenschwingungen herrührende Kurven, wie sie den obenstehenden Summen entsprechen. Der Verlauf von $2n^2x$ und $n^2(1-x^2)$ bei einer solchen Eigenschwingung wird durch Kurven von der folgenden Form gegeben (Fig. 2):

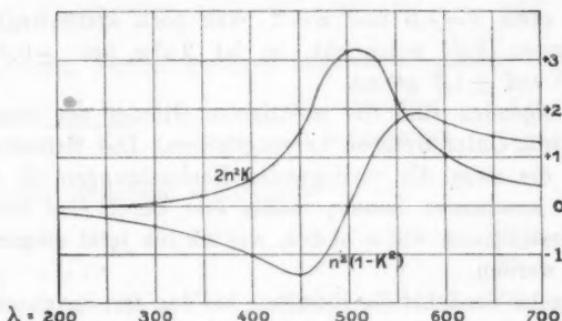


Fig. 2.

[Das Beispiel ist den Resultaten beim Kupfer entnommen. Es ist

$$\begin{aligned}\lambda_0 &= 500 \mu\mu, \\ C &= 0,00000277, \\ \lambda' &= 2310.\end{aligned}$$

Es handelt sich also um die Aufsuchung von Werten für C , λ' und λ_0 , die, in die obigen Dispersionsgleichungen eingesetzt, $2n^2x$ und $n^2(1-x^2)$ der Beobachtung entsprechend darstellen. Hierbei führt nur ein meist recht mühsames Probieren zum Ziel, doch lernt man nach einiger Übung etwa notwendige Variationen von C , λ' und λ_0 einigermaßen abzuschätzen.

Das Gausssche Näherungsverfahren ist in den meisten Fällen wegen der vielen Variablen sehr unbequem und eine

absolut genaue Übereinstimmung mit der Beobachtung braucht man ja nicht zu erstreben, wie sich aus dem möglichen Fehler für $2n^2x$ und $n^2(1-x^2)$ ergibt. Ist nämlich n und x auf ± 5 Einheiten der zweiten Dezimale genau bestimmt, wie es etwa bei den im vorigen Abschnitt gegebenen Werten der Fall ist, so gibt sich unter Vernachlässigung kleinerer Größen für $2n^2x$ und $n^2(1-x^2)$ als Genauigkeit

$$2n^2x \pm \frac{n(n+2x)}{10}$$

und

$$n^2(1-x^2) \pm \frac{n(x^2+nx+1)}{10}.$$

Ist also etwa $n=1,5$ und $x=2$, was noch keineswegs dem ungünstigsten Fall entspricht, so ist $2n^2x$ auf $\pm 0,8$ und $n^2(1-x^2)$ auf $\pm 1,2$ genau.

Im folgenden sind die wichtigsten Glieder der Summenreihen durch Unterstrichen hervorgehoben. Die Existenz der übrigen, die zwar die vorliegenden Beobachtungen als wahrscheinlich erscheinen lassen, müßte erst durch eine weit genauere Bestimmung von n und x , wie sie bis jetzt möglich ist, erwiesen werden.

Ich gebe zunächst die Resultate bei den ferromagnetischen Metallen, weil bei diesen wohl am ehesten etwa mittels des Kerreffektes eine Prüfung der Ergebnisse möglich ist.

14. Stahl.

(Fig. 28, Taf. VI.)

Nach den Beobachtungen von Minor ist

für	$\lambda =$	226	257	298	325	361	450	500	550	589	630
	$2n^2x =$	4,3	5,1	5,6	5,7	7,5	11,1	18,2	15,8	17,1	18,8
	$n^2(1-x^2) =$	-1,0	-1,6	-2,1	-2,5	-3,8	-5,2	-5,5	-5,6	-5,6	-5,5

Dieser Verlauf läßt sich durch Annahme folgender Konstanten darstellen:

a) Freie Elektronen: $C_1 = 0,000105$ $\lambda_1' = 240$

Gebundene Elektronen:

b) $\lambda_0 = 200$ $C_2 = 0,000021$ $\lambda_2' = 715$

c) $\lambda_0 = 750$ $C_3 = 0,00000923$ $\lambda_3' = 964$

Setzt man diese Werte in die Dispersionsformeln ein, so ergibt sich für $2 n^2 x$:

$\lambda = 225$	300	400	500	600
$2 n^2 x = 5,0$	5,7	8,9	12,8	17,5
$n^2(1-x^2) = -0,9$	-2,5	-4,1	-5,5	-5,8

15. Eisen, zerstäubt auf Glas.

(Fig. 29, Taf. VI.)

Nach den Beobachtungen von p. 1025 ist

für $\lambda = 257$	298	325	361	398	441	468	508	589	668
$2 n^2 x = 1,8$	1,5	1,8	2,3	3,0	3,5	3,9	4,1	4,9	6,2
$n^2(1-x^2) = +0,2$	+0,2	+0,1	-0,1	-0,3	-0,2	-0,3	-0,3	-0,4	-0,5

Diesem Verlauf genügen folgende Konstanten:

a) Freie E.	$C_1 = 0,0000586$	$\lambda' = 118$
b) Geb. E. $\lambda_0 = 750$	$C_2 = 0,00000207$	$\lambda' = 1291$

Beim Einsetzen ergibt sich:

bei $\lambda = 250$	300	400	500	600	650
$2 n^2 x = 1,4$	1,8	2,8	3,7	4,9	5,6
$n^2(1-x^2) = +0,2$	+0,1	-0,2	-0,4	-0,6	-0,6

Man hat also hier wie beim Stahl eine Eigenschwingung bei $\lambda = 750 \mu\mu$ anzunehmen. Ihr Einfluß ist aber sehr viel geringer wie früher beim Stahl. Aus einem ähnlichen Grunde ist wohl auch die Eigenschwingung $\lambda_0 = 200 \mu\mu$ hier nicht zu konstatieren. Leider verlaufen die Kurven sehr flach ohne besondere Krümmungen, so daß nicht *absolut sicher* festgestellt werden kann, ob bei verschiedenem Zustand des Spiegelmaterials die Eigenschwingungen immer dieselben bleiben.

16. Nickel.

(Fig. 30, Taf. VI.)

Die Beobachtungen beim Nickel ergeben folgende Werte:

$\lambda = 257$	275	298	325	361	398	441	468	508	589	668
$2 n^2 x = 2,2$	3,7	4,8	4,9	4,8	6,4	7,9	8,3	9,3	10,8	13,3
$n^2(1-x^2) = -0,8$	-1,4	-1,6	-1,7	-1,9	-3,6	-5,1	-6,2	-7,3	-9,2	-11,4

Mit Hilfe der Annahmen:

a) <u>Freie E.</u>	$C_1 = 0,0000569$	$\lambda_1' = 923$
[b) Geb. E. $\lambda_0 = 150$	$C_2 = 0,0000753$	$\lambda_2' = 443]$
c) $\lambda_0 = 305$	$C_3 = 0,00000809$	$\lambda_3' = 1054$
d) $\lambda_0 = 480$	$C_4 = 0,00000379$	$\lambda_4' = 1208$

erhält man folgende Werte:

$\lambda =$	250	300	350	400	500	600	650
$2 n^2 x =$	2,5	4,8	4,8	5,3	8,7	11,0	12,5
$n^2(1 - x^2) =$	-1,2	-1,9	-2,3	-4,3	-6,6	-9,2	-11,0

Die Eigenschwingung b) bei $\lambda_0 = 150 \mu\mu$ liegt weit außerhalb des beobachteten Bereiches. Man mußte aus dem Verlauf besonders von $n^2(1 - x^2)$ noch auf die Existenz einer Eigenschwingung im Schumanngebiet schließen. Ich habe sie hier wie auch späterhin bei den folgenden Metallen häufig bei $\lambda = 150 \mu\mu$ angenommen. Man könnte sie aber ebensogut mit passenden Konstanten an irgend eine andere Stelle im weiteren Ultraviolet verlegen, ohne die übrigen Konstanten allzusehr verändern zu müssen. Eine solche Eigenschwingung bei $\lambda = 150 \mu\mu$ bedeutet also nur irgendwelche Eigenschwingungen im Schumanngebiet, deren Wirkung etwa einer Eigenfrequenz bei $\lambda = 150 \mu\mu$ mit den angegebenen Konstanten gleich kommt. Ich habe daher diese Werte in Klammern gesetzt.

17. Nickel, zerstäubt auf Glas.

(Fig. 31, Taf. VI.)

Aus der Beobachtung folgt für:

$\lambda =$	257	275	298	325	361	398	441	468	508	589	668
$2 n^2 x =$	2,6	2,5	2,4	2,3	2,4	2,6	2,9	3,2	3,7	5,1	5,9
$n^2(1 - x^2) =$	-0,2	-0,1	-0,1	0	0	-0,2	-0,2	-0,5	-1,0	-2,2	-2,9

Auch hier gilt dasselbe wie beim Eisen auf Glas. Die Kurven verlaufen zu flach und zu wenig charakteristisch gekrümmmt, als daß man Eigenschwingungen exakt festlegen könnte. Ihr Einfluß ist jedenfalls wieder ziemlich gering. Man vermag

die Kurven für $2 n^2 x$ und $n^2(1 - x^2)$ mit Hilfe folgender Konstanten darzustellen:

a) Freie E.		$C_1 = 0,00000264$	$\lambda_1' = 521$
[b) Geb. E.	$\lambda_0 = 225$	$C_2 = 0,00000585$	$\lambda_2' = 912]$
c)	<u>$\lambda_0 = 300$</u>	$C_3 = 0,00000475$	$\lambda_3' = 841$

Man erhält für:

$\lambda =$	250	300	400	500	600	650
$2 n^2 x =$	1,9	2,4	2,5	3,6	4,8	5,5
$n^2(1 - x^2) =$	-0,1	-0,2	-0,6	-1,4	-2,3	-2,6

Die Eigenschwingung c) dürfte mit der beim elektrolytisch niedergeschlagenen Nickel bei $\lambda = 305 \mu\mu$ identisch sein, während b) wieder aus dem beobachteten Gebiet herausfällt.

18. Kobalt.

(Fig. 32, Taf. VI.)

Nach den Angaben von Minor ist für:

$\lambda =$	231	257	275	298	346	395	450	500	550	589	630
$2 n^2 x =$	3,1	4,5	6,0	7,0	7,6	9,5	12,3	14,3	16,0	17,1	18,6
$n^2(1 - x^2) =$	-0,8	-1,7	-2,6	-3,2	-3,7	-5,8	-8,5	-10,6	-11,5	-11,7	-12,7

Diese Kobaltkurven haben mir ziemliche Schwierigkeiten gemacht, weil $2 n^2 x$ für freie Elektronen allein bedeutend steiler mit abnehmendem λ abfällt wie die beobachtete Kurve. Relativ am besten können die Beobachtungsresultate mit folgenden Konstanten dargestellt werden:

a) Freie E.		$C_1 = 0,0000929$	$\lambda_1' = 641$
[b) Geb. E.	$\lambda_0 = 150$	$C_2 = 0,000184$	$\lambda_2' = 224]$
c)	<u>$\lambda_0 = 300$</u>	$C_3 = 0,00000378$	$\lambda_3' = 1500$
d)	<u>$\lambda_0 = 525$</u>	$C_4 = 0,00000186$	$\lambda_4' = 1637$

Setzt man diese Werte in die Dispersionsgleichungen ein, so erhält man:

$\lambda =$	250	300	350	400	500	600
$2 n^2 x =$	4,4	6,5	6,7	8,1	13,5	18,3
$n^2(1 - x^2) =$	-1,4	-2,8	-4,0	-6,3	-10,2	-12,3

Ein Vergleich der bei den ferromagnetischen Metallen erhaltenen Kurven zeigt eine zum Teil sehr große qualitative Übereinstimmung des Verlaufes der Kurven bei den verschiedenen Metallen, was auch mit den sonstigen Eigenschaften dieser Metalle in Einklang ist.

Ich lasse nun die übrigen Metalle nach dem Atomgewicht geordnet folgen.

19. Kupfer.

(Fig. 33, Taf. VI.)

Nach Minor gilt für Kupfer bei

$$\begin{array}{llllllllllll} \lambda = & 231 & 257 & 298 & 346 & 395 & 450 & 535 & 550 & 575 & 589 & 630 \\ 2 n^2 x = & 4,0 & 4,0 & 3,3 & 3,5 & 4,1 & 4,9 & 4,6 & 4,0 & 3,2 & 3,2 & 3,4 \\ n^2(1-x^2) = & -0,2 & -0,02 & -0,2 & -0,7 & -1,7 & -3,4 & -4,2 & -4,2 & -5,5 & -6,5 & -8,7 \end{array}$$

Diesen Verlauf kann man darstellen durch:

a) Freie E.	$C_1 = 0,0000368$	$\lambda'_1 = 7870$
b) Geb. E. $\lambda_0 = 200$	$C_2 = 0,0000780$	$\lambda'_2 = 256$
c) $\lambda_0 = 385$	$C_3 = 0,00000272$	$\lambda'_3 = 1630$
d) $\lambda_0 = 500$	$C_4 = 0,00000277$	$\lambda'_4 = 2810$

Durch Einsetzen in die Formeln ergibt sich:

$$\begin{array}{llllllllllll} \lambda = & 200 & 250 & 300 & 350 & 400 & 450 & 500 & 550 & 600 \\ 2 n^2 x = & 4,0 & 4,0 & 3,2 & 3,5 & 4,1 & 4,0 & 5,4 & 4,8 & 3,1 \\ n^2(1-x^2) = & -0,7 & +0,3 & -0,2 & -1,8 & -2,1 & -3,5 & -4,1 & -4,8 & -7,6 \end{array}$$

20. Zink.

(Fig. 34, Taf. VI.)

Nach den Resultaten von p. 1029 ist für

$$\begin{array}{llllllllllll} \lambda = & 257 & 275 & 298 & 325 & 361 & 398 & 441 & 468 & 508 & 589 & 668 \\ 2 n^2 x = & 0,7 & 1,1 & 1,5 & 2,7 & 3,8 & 4,9 & 5,9 & 7,3 & 11,5 & 18,0 & 26,6 \\ n^2(1-x^2) = & -0,1 & -1,2 & -2,3 & -4,6 & -6,3 & -7,8 & -9,2 & -11,0 & -14,8 & -18,0 & -19,0 \end{array}$$

Diesen Verlauf vermag man unter Annahme von freien Elektronen, einer roten sowie einer ganz weit im Ultraviolett liegenden Eigenschwingung zu erklären. Ist

a) Freie E.	$C_1 = 0,0000586$	$\lambda'_1 = 935$
[b] Geb. E. $\lambda_0 = 150$	$C_2 = 0,0000661$	$\lambda'_2 = 849$
c) $\lambda_0 = 750$	$C_3 = 0,0000188$	$\lambda'_3 = 1277$

so erhält man beim Einsetzen dieser Konstanten in die Dispersionsgleichungen folgende Werte:

$\lambda =$	250	300	450	400	500	600	650
$2 n^2 x =$	1,5	2,1	4,8	6,8	9,7	17,9	23,2
$n^2(1-x^2) =$	-1,1	-3,3	-8,1	-10,7	-13,5	-18,0	-18,7

21. Selen.

(Fig. 35, Taf. VI.)

Die beobachteten Werte von $2 n^2 x$ und $n^2(1-x^2)$ sind folgende:

$\lambda =$	257	275	298	325	361	398	441	468	508	589	668
$2 n^2 x =$	4,3	4,9	7,7	8,2	7,8	7,1	6,2	5,6	4,8	3,6	2,5
$n^2(1-x^2) =$	+1,4	+1,5	+3,6	+5,3	+5,1	+6,8	+7,5	+7,8	+7,9	+7,7	+7,6

Entsprechend der sehr geringen Leitfähigkeit des Selens kommt man hier ohne die Berücksichtigung von Leitungselektronen aus. Setzt man

a)	$\underline{\lambda_0 = 150}$	$C_1 = 0,0000980$	$\lambda'_1 = 708$
b)	$\underline{\lambda_0 = 310}$	$C_2 = 0,00000442$	$\lambda'_2 = 1462$
c)	$\underline{\lambda_0 = 330}$	$C_3 = 0,00000342$	$\lambda'_3 = 407$
d)	$\underline{\lambda_0 = 380}$	$C_4 = 0,00000466$	$\lambda'_4 = 562$

in die Dispersionsgleichungen ein, so erhält man:

$\lambda =$	250	300	350	400	500	600	650
$2 n^2 x =$	3,5	6,7	7,0	6,1	4,4	3,1	2,8
$n^2(1-x^2) =$	+1,8	+2,1	+5,3	+6,8	+8,1	+8,3	+8,3

22. Silber.

(Fig. 36, Taf. VI.)

Beim Silber haben nach Minor $2 n^2 x$ und $n^2(1-x^2)$ folgende Werte:

$\lambda =$	230	250	275	293	305	326	346	395	500	589
$2 n^2 x =$	3,2	3,9	3,8	3,0	2,2	0,6	0,5	0,6	1,0	1,3
$n^2(1-x^2) =$	+0,8	+0,4	+0,6	+1,6	+1,8	+0,3	-1,2	-3,6	-8,4	-13,2

Diese Dispersion lässt sich unter folgenden Annahmen darstellen:

a) Freie E.	$\underline{\lambda_0 = 200}$	$C_1 = 0,0000457$	$\lambda'_1 = 9840$
b) Geb. E.	$\underline{\lambda_0 = 200}$	$C_2 = 0,0000280$	$\lambda'_2 = 1161$
c)	$\underline{\lambda_0 = 245}$	$C_3 = 0,00000255$	$\lambda'_3 = 2078$
d)	$\underline{\lambda_0 = 270}$	$C_4 = 0,00000643$	$\lambda'_4 = 1730$

Dies eingesetzt ergibt:

$\lambda =$	225	250	275	300	400	500	600
$2 n^2 x =$	2,9	3,8	3,9	1,8	0,7	0,8	1,2
$n^2(1-x^2) =$	+0,4	-0,2	+1,1	+0,8	-3,8	-8,2	-18,3

23. Jod.

(Fig. 87, Taf. VI.)

Hier ist nach der Beobachtung:

$\lambda =$	325	361	398	441	468	508	589
$2 n^2 x =$	2,9	5,4	7,0	8,6	8,9	8,1	8,8
$n^2(1-x^2) =$	+2,2	+2,4	+3,4	+5,6	+7,4	+9,5	+10,8

Wie beim Selen kommt man auch hier entsprechend der geringen Leitfähigkeit des Jods ohne die Berücksichtigung freier Elektronen aus. Man kann die Dispersionskurven unter der Annahme von nur zwei Eigenschwingungen darstellen. Setzt man:

[a) $\underline{\lambda_0 = 200}$	$C_1 = 0,0001$	$\lambda_1' = 449]$
b) $\underline{\lambda_0 = 450}$	$C_2 = 0,0000148$	$\lambda_2' = 1143$

in die Gleichungen ein, so erhält man:

$\lambda =$	350	400	450	500	550	600
$2 n^2 x =$	4,2	6,5	8,7	7,6	5,8	8,9
$n^2(1-x^2) =$	+8,3	+2,9	+5,5	+9,0	+10,1	+10,1

24. Platin.

(Fig. 88, Taf. VI.)

Entsprechend den Angaben von p. 1027 ist:

$\lambda =$	257	275	298	325	361	398	441	468	508	589	668
$2 n^2 x =$	3,9	5,1	5,5	5,6	6,7	10,8	12,3	18,8	15,5	18,6	21,3
$n^2(1-x^2) =$	-1,4	-2,2	-2,9	-3,2	-4,0	-5,8	-6,8	-6,4	-6,2	-5,6	-4,9

Einen ähnlichen Verlauf der berechneten Kurven habe ich nach vielen Versuchen mittels folgender Konstanten erhalten können.

a) Freie E.	$C_1 = 0,04839$	$\lambda_1' = 377$
b) Geb. E. $\underline{\lambda_0 = 200}$	$C_2 = 0,04286$	$\lambda_2' = 891]$
c) $\underline{\lambda_0 = 300}$	$C_3 = 0,05156$	$\lambda_3' = 2133$
d) $\underline{\lambda_0 = 425}$	$C_4 = 0,05221$	$\lambda_4' = 1067$
e) $\underline{\lambda_0 = 600}$	$C_5 = 0,05757$	$\lambda_5' = 1100$

Durch Einsetzen in die Gleichungen erhält man nämlich:

$\lambda =$	250	300	350	400	500	600	650
$2 n^2 x =$	3,7	5,6	6,6	8,9	13,8	19,2	20,7
$n^2(1 - x^2) =$	-1,5	-3,1	-4,2	-5,6	-6,6	-5,6	-4,6

25. Gold.

(Fig. 39, Taf. VI.)

Wie sich aus meinen Beobachtungen ergibt, haben $2 n^2 x$ und $n^2(1 - x^2)$ hier folgende Werte:

$\lambda =$	257	275	298	325	361	398	441	468	508	589	668
$2 n^2 x =$	2,1	2,7	3,1	4,1	4,6	4,7	4,3	4,0	3,4	2,7	2,3
$n^2(1 - x^2) =$	-0,5	-0,5	-0,7	-1,1	-1,4	-1,6	-2,0	-2,1	-3,7	-7,8	-10,1

Diesen Verlauf kann man mittels freier Elektronen und zweier Eigenschwingungen darstellen. Setzt man:

a) <u>Freie E.</u>	$C_1 = 0,0000416$	$\lambda_1' = 11250$
[b) Geb. E. <u>$\lambda_0 = 150$</u>	$C_2 = 0,000125$	$\lambda_2' = 428$
c) <u>$\lambda_0 = 370$</u>	$C_3 = 0,0000185$	$\lambda_3' = 613$

so erhält man beim Einsetzen in die Gleichungen:

$\lambda =$	250	300	400	500	600	650
$2 n^2 x =$	2,4	3,2	5,1	8,7	2,9	2,8
$n^2(1 - x^2) =$	0	-0,9	-1,4	-3,5	-8,0	-10,6

26. Quecksilber.

(Fig. 40, Taf. VI.)

Quecksilber ist von dem hier maßgebenden Gesichtspunkt aus das interessanteste der beobachteten Metalle. Es gelingt nämlich seine Dispersionskurven auf Grund der alleinigen Annahme von freien Elektronen darzustellen, ohne der Beobachtung Zwang anzutun. Nach p. 1032 soll sein

für $\lambda =$	325	361	398	441	468	508	589	630
$2 n^2 x =$	3,1	4,2	5,8	6,9	8,5	10,3	14,3	16,1
$n^2(1 - x^2) =$	-4,6	-6,8	-9,2	-10,7	-12,8	-13,6	-16,8	-19,1

Nach dem Gaußschen Verfahren habe ich mit Hilfe von Näherungswerten folgende Konstanten für die freien Elektronen bestimmt:

$$C = 0,0000825, \quad \lambda' = 748.$$

Setzt man dies in die Gleichungen

$$2 n^2 x = \frac{C \lambda' \lambda^3}{\lambda^2 + \lambda'^2} \quad \text{und} \quad n^2(1 - x^2) = 1 - \frac{C \lambda'^2 \lambda^2}{\lambda^2 + \lambda'^2}$$

ein, so ergibt sich folgendes:

$\lambda =$	325	361	398	441	468	508	589	680
$2 n^2 x =$	3,1	4,1	5,3	6,8	8,0	9,7	13,7	15,8
$n^2(1 - x^2) =$	-6,3	-7,7	-9,2	-10,9	-12,0	-13,6	-16,7	-18,2

Die übrig bleibenden Abweichungen, die die graphische Vergleichung erkennen lässt, liegen innerhalb der Beobachtungsfehler. Ob dieses exzessionelle Verhalten des Quecksilbers, ein „ideales Metall“ zu sein, mit seiner Flüssigkeit zusammenhängt, vermag ich nicht zu entscheiden, da Versuche der Konstantenbestimmung an flüssigen Legierungen (K-Na), sowie an geschmolzener Woodscher Legierung leider fehlschlügen. Da aber Quecksilber keinerlei lichtelektrischen Effekt zeigt, der bekanntlich bei der K-Na-Legierung recht groß ist, so bin ich nicht sehr davon überzeugt.

27. Wismut.

(Fig. 41, Taf. VI.)

Nach der Beobachtung ist für

$\lambda =$	257	275	298	325	361	398	441	468	508	589	668
$2 n^2 x =$	2,0	2,3	2,6	2,9	3,9	5,3	6,2	7,1	7,9	10,0	12,1
$n^2(1 - x^2) =$	0	-0,3	-0,8	-1,2	-2,0	-2,8	-3,2	-3,7	-4,1	-4,7	-5,7

Nimmt man an:

a) Freie E.	$C_1 = 0,0000608$	$\lambda'_1 = 438$
[b) Geb. E. $\lambda_0 = 150$	$C_2 = 0,0000575$	$\lambda'_2 = 891$

so kann man die Dispersion darstellen. Es ist:

$\lambda =$	250	300	400	500	600	650
$2 n^2 x =$	1,9	2,8	5,0	7,6	10,5	11,9
$n^2(1 - x^2) =$	+0,2	-1,0	-2,7	-4,1	-5,1	-5,5

In ähnlicher Weise lässt sich auch die Dispersion der im I. Teil beobachteten Legierungen darstellen. Da aber keine oder nur sehr geringe Beziehungen zu den Einzelkomponenten erkennbar ist, so mag die graphische Vergleichung in den Figg. 42 und 43 der Taf. VI hier genügen. Zahlenangaben findet man in der Dissertation.

28. Berechnung der Elektronenanzahl.

Wie sich aus dem Vorhergehenden ergibt, kann man also in allen Fällen den Verlauf der Dispersion bei den Metallen nach der Drudeschen Dispersionstheorie darstellen, wenn man außer den freien Elektronen noch gebundene als wirksam zuläßt. In vielen Fällen sind diese gebundenen Elektronen sogar von ausschlaggebendem Einfluß.

Die erhaltenen Konstanten C und λ' für die freien Elektronen gestatten nun $\Re e$, die Gesamtladung pro Volumeneinheit, direkt anzugeben, falls man $e/m = 1,87 \cdot 10^7$ gleich dem bekannten Wert von den Kathodenstrahlen her annimmt.

Mit Hilfe der Gleichung¹⁾

$$\Re e_{\varepsilon \mu} = p \frac{d}{A} \cdot \frac{e}{H}$$

(wo A das Atomgewicht des Metalles, d seine Dichte, H die absolute Masse eines Atoms Wasserstoff und p die Anzahl der Leitungselektronen pro Atom ist) kann man dann p berechnen.

Geht man zum absoluten Maßsystem über, so sind die früheren Werte C mit 10^{14} und λ' mit 10^{-7} zu erweitern. Bedenkt man dies und setzt gleichzeitig

$$\varrho = 4 \pi \Re e \left(\frac{e}{m} \right) = \left(4 \pi c^2 \Re e \left(\frac{e}{m} \right) \right)_{\varepsilon \mu},$$

so ergibt sich, da $C = \varrho / 4 \pi^2 c^2$ ist

$$\text{I. } \left(\Re e \left(\frac{e}{m} \right) \right)_{\varepsilon \mu} = C \pi \cdot 10^{14}$$

und hieraus kann man nach der obigen Gleichung p , die Anzahl der Leitungselektronen pro Atom, berechnen.

Außer diesem direkten Weg ist aber noch ein zweiter möglich. Nach der Drudeschen Theorie gilt nämlich für

1) Vgl. P. Drude, Ann. d. Phys. 14. p. 683. 1904.

konstante Ströme die Beziehung $\mathfrak{N}/r = c^3 \sigma$, wo σ die nach absolutem elektromagnetischen Maße definierte Leitfähigkeit bedeutet und $r = 2\pi m/e^3 c \lambda'$ die Dämpfung enthält. Man kann also schreiben

$$\text{II. } \left(\mathfrak{N} e \left(\frac{e}{m} \right) \right)_{\epsilon \mu} = \frac{2 \pi c \sigma}{\lambda' \cdot 10^{-7}}$$

und hieraus ebenfalls p bestimmen. In beiden Fällen sollte sich das gleiche Resultat ergeben.

Unter Benutzung der im vorhergehenden Abschnitt gefundenen Werte erhält man nun die in der folgenden Tabelle zusammengestellten Resultate.

	$\frac{A}{d}$	$\sigma \cdot 10^5$	p nach I	p nach II
Kupfer	7,1	62,6	0,46	5,90
Nickel	6,7	8,03	0,68	3,85
Gold	10,2	48,6	0,74	4,61
Silber	10,3	66,5	0,82	7,28
Zink	9,5	17,8	0,89	18,9
Kobalt	6,7	9,92	1,08	10,8
Stahl	7,2	10,4	1,32	32,6
Platin	9,1	11,0	1,33	27,5
Quecksilber . .	14,8	1,06	2,13	2,19
Wismut	21	0,76	2,22	3,85

Wie man sieht, kann von einer Übereinstimmung von p_i und p_{II} nicht die Rede sein. Eine alleinige Ausnahme bildet das Quecksilber, bei dem nach p. 1046 sich die Dispersion mit Hilfe nur freier Elektronen darstellen und C und λ' nach dem Gaußschen Verfahren sich besonders genau bestimmen ließ. Auch mit der Valenz 2 des Quecksilbers wäre der Wert p gut in Einklang. Ich habe vergebens nach einer Erklärung für die großen Unterschiede zwischen p_i und p_{II} gesucht. Eine solche Ungenauigkeit von C und λ' anzunehmen, daß darauf die Differenzen zurückzuführen wären, scheint mir nicht berechtigt zu sein, jedenfalls führten Rechenversuche in dieser Richtung zu keinem Ziel. Möglicherweise spielt hier eine Verschiedenheit der Dämpfungskonstanten λ' bei Leitung und bei Schwingungen eine Rolle.

Wendet man die offenbar einwandfreiere Rechnungsweise I auch auf die gebundenen Elektronen an und addiert die erhaltenen p zu den für die Leitungselektronen gefundenen, so erhält man für Σp Zahlen, die den Valenzen des betreffenden Metalles einigermaßen naheliegen, wie die folgende Tabelle zeigt.

	Σp	Valenz
Kupfer	1,5	1 und 2
Nickel	1,7	2 „ 3
Gold	3,8	1 „ 3
Silber	1,5	1
Zink	2,8	2
Kobalt	2,7	2 „ 3
Stahl	1,7	2 „ 3
Platin	1,9	2 „ 4
Quecksilber	2,1	2 „ 4
Wismut	4,3	3 „ 5

Die vorliegenden Untersuchungen wurden im Physikalischen Institut der Universität Göttingen angestellt. Ich möchte nicht versäumen, meinem hochverehrten Lehrer Hrn. Geh.-Rat Prof. Voigt für die Anregung zu dieser Arbeit und für sein stetiges immer förderndes Interesse an ihrem Fortschreiten auch an dieser Stelle meinen herzlichsten Dank auszusprechen.

(Eingegangen 28. Januar 1909.)

**7. Notiz über das Haften
von heißen Pulvern an kalten Körpern;
von Wilhelm Biltz.**

Vor einigen Jahren berichtete G. Tammann in diesen Annalen¹⁾ über ein merkwürdiges Phänomen: „Taucht man in heißes, ausgeglühtes Holzkohlepulver, welches wenig okkludierte Gase enthält, einen Glasstab von Zimmertemperatur, so bedeckt sich derselbe, so weit er in das Pulver eingetaucht wurde, mit einer Schicht Pulver, deren Dicke mit der Temperaturdifferenz zwischen Stab und Holzkohlepulver wächst. . . . Zieht man den Stab gleich nach dem Eintauchen aus dem heißen Pulver heraus, so haftet das Holzkohlepulver am Stabe nur so lange, als zwischen dem Pulver und dem Stabe eine genügende Temperaturdifferenz existiert. Wenn diese sich nach kurzem Verweilen des mit Holzkohlepulver bedeckten Stabes an der Luft verkleinert hat, so fällt das Kohlepulver plötzlich vom Stabe ab.“ Die Erscheinung erwies sich als unabhängig von dem Material des Stabes, aber im höchsten Maße abhängig von dem des Pulvers; andere Kohlenstoffarten, als Holzkohle, versagten; ebenso Kupferoxyd und Kaliumkarbonat. Auch von fein verteiltem Kiesel säureanhydrid blieb nur unregelmäßig ein wenig Pulver haften und anscheinend ohne daß der charakteristische Einfluß der Temperaturdifferenz obwaltete. In noch schwächerem Maße wirkten Eisenoxyd- und Chromoxydpulver.

In einigen aus ihren Oxalaten durch Glühen hergestellten Oxyden der seltenen Erdmetalle fand ich nun Stoffe, die das Phänomen in seiner reinen Form zeigen, das sich somit nicht mehr spezifisch als auf Holzkohlepulver beschränkt erweist. Die Beobachtungen wurden zunächst an einem hochprozentigen Yttriumoxyd gemacht, das durch Verglühen seines Oxalates im Platintiegel bereitet war. Tauchte man in das heiße Oxydpulver einen Platinspatel, einen Glasstab oder einen dicken Kupferdraht von gewöhnlicher Temperatur, so blieb nach dem

1) G. Tammann, Ann. d. Phys. 18. p. 857. 1905.

sofortigen Herausziehen eine dichte Schicht des Pulvers an dem kalten Materiale haften; nach dem Abkühlen genügten die leisesten Erschütterungen, um das Pulver als ganzes zum Herabfallen zu bringen, während die gleichmäßig haftende Schicht vordem die Bewegungen des Herausziehens vertragen hatte, ohne herabzufallen. Wurde ein auf 600° erwärmer Platinspatel im Yttriumoxyd von gleicher Temperatur getaucht, so haftete nahezu nichts. Ein Glasstab, der in einem erwärmten Oxydpulver dessen Temperatur angenommen hatte, ließ sich ebenfalls fast völlig frei von Oxyd herausziehen. Tauchte man einen 0,4 cm dicken Glasstab von Zimmertemperatur in Yttriumoxyd, das auf verschieden hohe Temperaturen erhitzt war, so blieben pro cm² die nachfolgenden Mengen haften. Zum Vergleich sind die Tammannschen Werte für Lindenholzkohlepulver daneben gestellt.

Temperatur des Pulvers	Menge der Pulver pro 1 cm ² Oberfläche Holzkohlepulver	Yttriumoxyd
140°	—	ca. 0,008 g
200	sehr wenig	0,017
300	0,010	0,023
400	—	0,050
450	0,035	—
600	0,032	0,040

Das Yttriumoxyd besitzt hiernach ein ähnliches Haftvermögen wie die Holzkohle. Die Empfindlichkeit der erkalteten Kohlepulverschicht ist, wie Parallelversuche ergaben, indessen sichtlich größer: das Pulver fällt früher und leichter ab als das Yttriumoxydpulver. Die Unabhängigkeit des Haftens von der Art des eingetauchten Materials scheint weitgehend zu sein. An 1 cm² einer Platinoberfläche von Zimmertemperatur blieben 0,056 g 400° warmes Yttriumoxyd haften; an Glas 0,050 g. Als das Oxyd 5 Stunden lang der Temperatur des Platintiegelofens von Heraeus ausgesetzt worden war, erwies es sich in seiner Wirksamkeit unverändert. Mit einem Gehalte an okkludierten Gasen, der durch diese Behandlung vermindert werden muß, dürfte also wohl auch im vorliegenden Falle die Erscheinung nicht direkt zusammenhängen. Ein Gemisch von Erbium- und Yttriumoxyd zeigte das Tammannsche Phänomen ebenfalls gut. Auch ein Lanthanoxyd reagierte, wenn auch

nicht ganz so stark. Dagegen versagten die Oxyde vierwertiger Metalle: Cerdioxyd und Thoriumoxyd, die in gleicher Weise aus den Oxalaten gewonnen worden waren.

Sucht man nach einem tertium comparationis zwischen dem Holzkohlepulver und den Sesquioxiden der seltenen Erden, so fällt bei beiden der physikalische Zustand äußerst feiner Verteilung auf. Schon dem Augenschein nach sind die aus Oxalaten erhaltenen Oxyde ungemein feine, „zarte“ Pulver. Es ist ferner bekannt, wie schwierig sie sich zum Zwecke der Auswage bei Atomgewichtsbestimmungen von adsorbierten Gasen befreien lassen. Die Holzkohle ihrerseits ist der klassische Stoff mit großer adsorbierender Oberfläche im Gegensatze zu den auch hier unwirksamen Kohlenstoffarten: Retorten-, Bogenlichtkohle und Graphit. Das indifferente Thoriumoxyd und in gewissem Grade auch des Cerioxyd sind viel körniger als die reaktiven Sesquioxide. Berücksichtigt man noch die unvollständige Wirksamkeit der von Tammann geprüften Oxyde, so erhält man etwa die Reihe: Eisenoxyd und Chromoxyd, Kieselsäureanhidrid, Sesquioxide der seltenen Erden, Holzkohle, in welcher der Zustand feiner Verteilung und die Haftwirkung Hand in Hand geht. Es ist somit wohl nicht zu gewagt, hier auch einen inneren Zusammenhang zu vermuten, so unerklärt die Anziehungskraft zwischen den heißen Pulvern und den kalten Körpern im übrigen auch bleibt.

Clausthal i. H., Chem. Laboratorium der Bergakademie.

(Eingegangen 8. Februar 1910.)

**8. Bemerkungen zur Untersuchung
der Wechselstromvorgänge in Aluminiumzellen;
von Günther Schulze.**

In dieser Zeitschrift hat A. H. Taylor eine Arbeit „Über die Wechselstromvorgänge in der Aluminiumzelle“ veröffentlicht, in der er zu einer „Erweiterung“ der von mir aufgestellten Theorie der elektrolytischen Ventilwirkung gelangt. Da mir diese Erweiterung nicht mit den Erscheinungen der elektrolytischen Ventilwirkung verträglich zu sein scheint, möchte ich auf die Arbeit kurz eingehen.

Nachstehende Fig. 1 zeigt die von Taylor benutzte Zellenform. „Ein Rohr A aus Hartgummi trägt die $4,9 \text{ cm}^2$

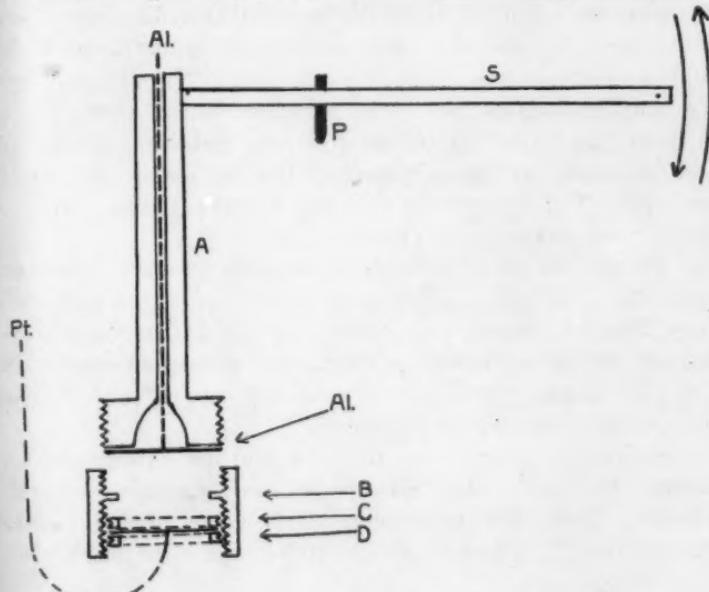


Fig. 1.

große Aluminiumplatte *Al.*, die festgehalten wird durch eine Mutter mit einem Ansatz *B*. Diese Mutter hat auch zwei

bewegliche Schraubenringe *b* und *D*, zwischen denen eine Platinplatte *Pt* sich befindet. In der Hartgummimwand zwischen *b* und *D* ist eine Reihe von Löchern angebracht (nicht gezeichnet), die zum Ein- und Ausströmen der Flüssigkeit dienen. Das ganze System ist um die Achse *P* beweglich, die durch die Messingstange *S* geht. Ein dauerndes Hin- und Herschaukeln in der Flüssigkeit wird durch geeignete Verbindung mit einem kleinen Motor bewirkt.“

Nun ist die elektrolytische Ventilwirkung sehr stark von der Temperatur abhängig. Man muß also bei Versuchen über die Ventilwirkung nicht nur den Elektrolyten, sondern auch das Aluminium auf einer definierten Temperatur halten.

Das war aber bei der von Taylor benutzten Zelle nicht möglich. Eine vollständig in den Elektrolyten eintauchende Aluminiumelektrode nimmt leicht Temperaturen an, die die des Elektrolyten um mehr als 100° C. übersteigen, da die in der wirksamen Schicht durch die beträchtlichen Energieverluste entwickelte Wärme sich dem Aluminium mitteilt, und die Wärmeableitung vom Aluminium in den Elektrolyten durch die einhüllende Gasschicht sehr verringert wird. Dies gilt um so mehr, als Taylor mit ganz abnormalen Belastungen arbeitet. Die in seiner Arbeit mitgeteilten Oszillogramme sind denn auch zum Teil typisch für die bei höherer Temperatur eintretende unvollkommene Ventilwirkung.¹⁾

Ferner ist die Form der Zelle noch insofern besonders ungünstig, als sich das an den Elektroden entwickelte Gas unter dem Aluminium ansammeln muß und dadurch die Größe der mit dem Elektrolyten in Berührung stehenden Oberfläche des Aluminums sowie den Querschnitt des Elektrolyten in unkontrollierbarer Weise verändert.

Endlich wird auch die Kühlung und die Zirkulation des Elektrolyten durch das Einkapseln in Hartgummi sehr erschwert. Trotz des Schaukelns dürften die Löcher in den Wänden des Hartgummiringes diesen Nachteil nicht ausgleichen.

1) Vgl. Günther Schulze, Zeitschr. f. Elektrochem. 1908. p. 333. Diese Arbeit erschien erst, als Taylor seine Dissertation bereits eingereicht hatte und in dem Ende 1909 in den Annalen erschienenem Auszuge wollte er wohl keine Änderungen vornehmen.

Tabelle e.

Kurve Nr.	Elektroden- abstand cm	$J_{\max.}$ pro qdem Amp. qdem	$J_{\max.}$ der Zelle Amp.	Zugehörige Spannung Volt	Mittlerer Energieverlust Watt	In 10 sec entwickeltes Knallgas ccm	Volumen des Elektrolyten zwischen den Elektroden ccm	In 10 sec entwickelte Wärme g-cal
204	0,582	11	0,54	15	2,0	0,7	2,9	4,8
215	"	11	0,54	25	3,4	0,7	"	8,1
224	"	85	4,16	125	130	5,0	"	310
225	"	50	2,44	90	55	2,9	"	180
300	"	140	6,80	98	166	8,2	"	400
301	"	55	2,70	63	42	3,3	"	100
408	0,982	120	0,59	46	6,8	0,7	4,8	160
400	"	70	2,4	120	72	2,9	4,8	170
Gleichstrom	0,582	160	7,8	45	350	13,5	2,9	840
	0,982	140	6,8	65	440	11,8	4,8	1050
	"							

Wenden wir uns nun zu den von Taylor angewandten Belastungen der Zelle. Sie sind zum größeren Teile in der vorstehenden Tabelle zusammen mit den aus ihnen errechneten Energieverlusten, der Wärme- und Gasentwickelung zusammengestellt. Die Energieverluste wurden erhalten, indem aus den Taylorschen Diagrammen der maximale Strom und der zugehörige Spannungsverlust in der Zelle in durchlässiger Richtung entnommen und ihr Produkt durch 2.2 dividiert wurde ($E \cdot J / 2 =$ mittlere Energie bei Sinuskurven ist noch durch 2 zu dividieren, weil sie nur in der einen Richtung in Frage kommt). Die Verluste in der undurchlässigen Richtung wurden nicht berücksichtigt, weil sie wesentlich geringer sind und die Tabelle nur die Größenordnung der Verluste geben soll.

Die dritte Spalte, welche J_{\max} in der in der Elektrochemie gebräuchlichen Einheit Ampere pro Quadratdezimeter enthält, zeigt, welche abnormen Belastungen benutzt wurden. Dementsprechend ist bei vielen Versuchen die in 10 Sek. entwickelte Knallgasmenge größer als das zwischen den Elektroden eingekapselte Volumen des Elektrolyten und die in 10 Sek. entwickelte Wärmemenge würde bei guter Wärmeisolation dieses Volumen des Elektrolyten zum Sieden bringen. Für gute Wärmeisolation aber ist durch den Hartgummiring und die gasbeladenen Elektroden gesorgt. Ferner bewirken solche Belastungen Zerstörungen und Ablösungen der Oxydschicht des Aluminiums. Daß Taylor bei diesen Versuchen mit sehr kurzdauernden Einschaltungen gearbeitet hätte, gibt er nirgends an, und die Versuche selbst scheinen auf eine längere Einschaltungsdauer zu deuten. Danach steht zu befürchten, daß sich während der Versuche zwischen den Elektroden ein von Knallgas, Wasserdampf und zerstörten Oxydhäuten stark verunreinigter Elektrolyt befand.

Die Veranlassung zu diesen Belastungen war das Streben, die Aluminiumzelle mit symmetrischen Spannungen zu untersuchen, also die Wechselspannung ohne Vorschaltwiderstand an die Zelle zu legen, so daß in beiden Stromrichtungen gleiche Spannungsverluste an ihr auftreten.

Da nun eine formierte Aluminiumelektrode wie ein elektrisches Ventil wirkt, und da das Charakteristische eines Ventils darin besteht, daß es in der einen Richtung die volle Spannung

aushält, ohne einen Strom hindurchzulassen, in der anderen Richtung dagegen den vollen Strom hindurchläßt, ohne eine wesentliche Spannung zu verbrauchen, so muß der Versuch, in beiden Richtungen die volle Spannung an das Ventil zu legen, zu einem Kurzschluß führen, und einen solchen Kurzschluß hätte Taylor auch erhalten, wenn er tatsächlich das Ventil selbst, also die wirksame Schicht, mit symmetrischen Spannungen zu beladen versucht hätte.

Er benutzte aber doch einen Vorschaltwiderstand, nämlich den u. a. vom Elektrodenabstand abhängigen, also ganz willkürlichen Widerstand des Elektrolyten. Dieser nahm, durch die Gasentwicklung stark vergrößert, den größten Teil der in durchlässiger Richtung an der Zelle auftretenden Spannung auf. Also sind die von Taylor angegebenen Charakteristiken nur im ersten Quadranten wesentlich durch die (überlastete und überhitzte) wirksame Schicht bedingt, während sie im dritten Quadranten im wesentlichen die Charakteristiken eines auf einer unkontrollierbaren Temperatur befindlichen Gemisches von Gas und Elektrolyt sind.

Die hohen Belastungen haben noch einen weiteren Nachteil. Die Dicke, die die wirksame Gasschicht in der undurchlässigen Richtung erreicht hat, nimmt in der durchlässigen Richtung um so schneller ab, je höher die Belastung der Zelle ist (was Taylor auch bei der Ermittelung des Widerstandes der Vorschicht p. 1006 übersehen hat), und muß dann jedesmal in der undurchlässigen Richtung erst wiederhergestellt werden. Die Folge ist, daß die Ventilwirkung bei hoher Belastung unvollkommen ist und daß die Kapazität der wirk samen Schicht in jeder Periode beträchtlich und in schwer meßbarer Weise schwankt, während sie bei normaler Belastung als hinreichend konstant angesehen werden kann. Im letzteren Falle ist es leicht, sie zu bestimmen und die für die Analyse der Kurven äußerst wichtige graphische Subtraktion des Kapazitätsstromes von den dynamischen Charakteristiken vorzunehmen. Ebenso kann man bei richtiger Anordnung der Elektroden und normaler Belastung den Einfluß des Widerstandes des Elektrolyten, ja sogar den der Vorschicht (es scheint Taylor entgangen zu sein, daß ich bereits in meiner ersten Arbeit den Widerstand und den Einfluß dieser Vorschicht auf die

Kapazitätsmessungen ausführlich erörtert habe¹⁾) ermitteln und graphisch von den Charakteristiken abziehen, so daß man schließlich die dynamischen Charakteristiken der wirksamen Schicht selbst erhält.

In einer solchen Analyse der Kurven liegt aber gerade der Wert der von Simon angegebenen Methode, die ich zur Erforschung der elektrolytischen Ventilwirkung für außerordentlich geeignet halte. Ich glaube, man wird mit ihrer Hilfe sehr interessante Entdeckungen machen, wenn man sie in der richtigen Weise anwendet und mit einer durchgreifenden Analyse verbindet.

Endlich die von Taylor aufgestellte Theorie. Er nennt sie Erweiterung, sie ist aber eine grundlegende Änderung meiner Theorie. Taylor sagt:

„Wir sind jetzt imstande, die Schulzesche Theorie so zu erweitern, daß sie auch das durch die dynamischen Charakteristiken ausgedrückte Verhalten der Zellen erklärt. Die Annahme der Anwesenheit einer Haut ist auch durch meine Versuche bestätigt. Im Gegensatz zu Schulze ist aber aus den vorhergehenden Versuchen über die Entstehung der Haut zu folgern, daß die Gasschicht nicht in den Poren der Haut gelagert ist, sondern zwischen der Haut und dem Aluminium eingeschlossen sein muß. In den Poren der Haut befindet sich vielmehr die Lösung selbst, weil, wie wir sahen, ihr Widerstand mit zunehmender Konzentration abnimmt, der Leitfähigkeit der Lösung entsprechend.“

Der einzige Grund, den Taylor für die grundlegende Änderung der Theorie angibt, der letzte Satz des zitierten Abschnittes, beruht auf der irrtümlichen Annahme, daß ich in meiner Theorie die Existenz der vom Elektrolyten erfüllten porösen Schicht nicht ebenfalls angenommen hätte.

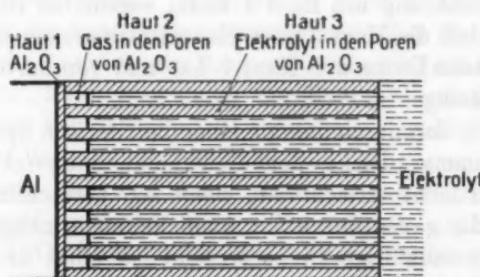
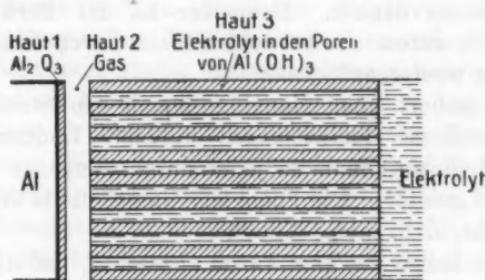
Ich setze zunächst die Schemata der beiden Theorien hierher (Fig. 2).

In meiner ersten Arbeit habe ich bereits die Dicke der Haut³ durch Kapazitätsmessungen ermittelt und festgestellt, daß sie mit der Dauer der Einschaltung beständig zunimmt, während die Dicke der Gasschicht bei konstanter Spannung konstant ist.

1) Günther Schulze, Ann. d. Phys. 21. p. 947. 1906.

In diesem Punkte unterscheiden sich unsere Theorien nur unwesentlich, indem ich eine kristallinisch harte Al_2O_3 -Haut beobachtet habe, während Taylor eine von ihm beobachtete durch die starke Überlastung entstandene schleimige $\text{Al}(\text{OH})_3$ -Haut irrtümlicherweise mit der Haut 3 identifiziert. Im

Taylor.



Günther Schulze.

Fig. 2.

wesentlichen erhält man jedoch die Taylorsche Theorie aus der meinigen, wenn man aus der Schicht 2 das die Gasschicht stützende Gerüst entfernt.

Taylor gibt aber nicht die geringste Andeutung darüber, warum er dieses tut und warum meine Theorie die Erscheinungen nicht erklärt. Mir ist es auch nicht gelungen, herauszufinden, was die Taylorsche Theorie besser erklärt als meine.

Leider macht Taylor aber nur wenige Angaben darüber, ob und wie seine Theorie die verschiedenen Erscheinungen

der Ventilwirkung erklären kann. Solche Erklärungen wollen wir jetzt versuchen:

1. Wie gelangen die Aluminiumatome von der Aluminium-elektrode zur Haut 3? Das erklärt Taylor sc: „Wir müssen daher annehmen, daß die Haut 3 stets an einigen Stellen mit der Haut 1 in Berührung ist. Diese Berührung ist wohl als eine fortwährend und rasch zwischen verschiedenen Stellen wechselnde zu denken. Denn der an der Berührungsstelle übergehende Strom dürfte wohl alsbald durch Gasbildung die Berührung wieder aufheben.“

Nun isoliert aber Haut 1. Damit ein Strom zustande kommt, muß sie durchschlagen werden. Dadurch wird sie porös und dicker, denn an jeder durchschlagenen Stelle wird neues Oxyd gebildet. Die Folge ist: Gasschicht in einer porösen Oxydschicht, d. h. meine Theorie.

Dabei haben wir ganz davon abgesehen, daß diese schnell-wechselnde, punktweise mechanische Bewegung der Haut 3 bis zur Berührung mit Haut 1 kaum vorstellbar ist, wenn man bedenkt, daß die Haut 3 nach Kapazitätssmessungen mindestens die zehnfache Dicke der Haut 1 hat und von hartem kristallinischem Gefüge ist.

2. Wir formieren bis zu einer bestimmten Spannung, der eine bestimmte Dicke der Gasschicht entspricht. Solange diese noch nicht erreicht ist, fließt ein beträchtlicher Strom, und fast die ganze durch ihn entwickelte Gasmenge entweicht. Sobald die endgültige Dicke erreicht ist, sinkt der Strom auf verschwindende Werte und das Entweichen von Gas hört fast völlig auf.

Hr. Taylor sagt p. 1012: „Diese Schicht (Gasschicht) wächst in ihrer Dicke, bis das Gas ebenso schnell wegdiffundiert, wie es gebildet wird“.

Ein einfacher Versuch zeigt, daß diese Auffassung den Tatsachen widerspricht.

3. Nach der Taylorschen Theorie verdankt die Gas-schicht ihr Wachstum den Berührungen zwischen Haut 3 und Haut 1. Warum hören diese Berührungen bei gegebener Spannung plötzlich auf, sobald eine bestimmte Schichtdicke erreicht ist, um sofort wieder einzusetzen, wenn die Spannung erhöht wird?

4. Nach der Taylorschen Theorie müßte es leicht sein, mit Hilfe eines Glasstabes die Haut 3 fest gegen die Haut 1 zu drücken und dadurch die Ventilwirkung zu beseitigen. Der Versuch¹⁾ lehrt, daß das unmöglich ist.

5. Solange volle Spannung an der Gasschicht liegt, steht sie unter hohem elektrostatischem Druck, der selbst wenn $\epsilon=10$ gesetzt wird, je nach der Dicke der Gasschicht 150 bis 550 Atmosphären beträgt. Nach der Taylorschen Theorie müßte beim Ausschalten der Spannung eine enorme Expansion der Gasschicht und starke Gasentwicklung eintreten. Der Versuch zeigt von beidem keine Spur. Taylors Angabe, „vom hydrostatischen Drucke ist die Dicke der Gasschicht unabhängig, woraus Schulze auch Unabhängigkeit vom elektrostatischen Druck folgert“, beruht auf einem Irrtum. Ich habe diese Unabhängigkeit vom *elektrostatischen* Druck direkt gemessen und nie den Einfluß *hydrostatischen* Druckes erörtert.

6. Ganz besonders bedenklich erscheint der folgende Passus der Taylorschen Arbeit. Nachdem er erwähnt hat, daß der eigentlich für die Ventilwirkung maßgebende Teil die Schicht 2 ist, und Schicht 3 nur wie ein lästiger Vorschaltwiderstand wirkt, fährt er fort: „Reibt man daher die Haut 3 mechanisch weg, wie es bei den Versuchen p. 1012 geschah, so muß die Ventilwirkung eine Verbesserung erfahren, da dann stets nur eine frisch gebildete neue und daher relativ dünne Haut als Vorschaltwiderstand wirksam wird. Man würde sicherlich bei einer $(\text{NH}_4)_2\text{BHO}_3$ -Lösung eine viel bessere Ventilwirkung erhalten, wenn man eine Vorrichtung anbrächte, das Aluminium dauernd mit einer weichen Substanz abzureiben.“

Also: die Gasschicht ist das Wesentliche für die Ventilwirkung und wird, wie Taylor selbst angibt, durch die Haut 3 stabil gemacht (p. 1016). Trotzdem gelingt es ihm, die Haut 3 wegzuwischen, ohne die Gasschicht zu beschädigen!

Ich glaube gern, daß Taylor vom Aluminium eine „schleimige“ Schicht abgerieben hat und daß die Ventilwirkung dadurch besser wurde.

Diese „schleimige Schicht“ hat aber nichts mit Haut 3 zu tun, sondern dürfte vielmehr infolge der abnormalen Be-

1) Günther Schulze, Ann. d. Phys. 22. p. 555. 1907.

lastungen, der starken Gasentwickelung und der hohen Temperatur des Aluminiums durch teilweise Zerstörung sämtlicher Schichten, ja vielleicht durch eine kolloidale Zerstäubung des Aluminiums oder durch direkte Auflösung desselben in der Hitze und darauf folgendem Wiederausfallen als Hydroxyd in den kälteren Partien der Lösung entstanden sein. Darauf deutet auch der folgende Passus der Taylorschen Arbeit (p. 1021): „Die Gleichstromversuche zeigten übrigens, daß die Schleimhaut nur gebildet wurde, wenn Aluminium negativ war, d. h. wenn $(\text{NH}_3)_2\text{HBO}_3$ -Ionen sich in der Nähe des Aluminiums befanden. Dies ist ein Beweis, daß die äußere Haut aus $\text{Al}(\text{OH})_3$ besteht.“

Bei normalen Belastungen und niedriger Temperatur wurde bisher in $(\text{NH}_3)_2\text{HBO}_3$ noch nie eine „schleimige“, sondern stets eine harte, kristallinische Haut 3 beobachtet, die sich nur durch kräftiges Abschmirlgeln beseitigen ließ.

Zusammenfassend komme ich also zu dem Ergebnis, daß Taylor von den bisherigen Untersuchungen zum Teil abweichende Resultate erhielt, weil er mit einer ungünstigen Zellenform und bei abnormalen Belastungen arbeitete. Hierauf dürfte insbesondere die von ihm beobachtete schleimige Haut zurückzuführen sein. Die von ihm aufgestellte Theorie, die keine Erweiterung, sondern eine grundlegende Änderung meiner Theorie ist, vermag die von ihm beobachteten Erscheinungen nicht besser zu erklären als die meinige, setzt sich jedoch mit vielen anderen bei der elektrolytischen Ventilwirkung auftretenden Erscheinungen in Widerspruch.

Infolgedessen sehe ich mich nicht veranlaßt, die von mir aufgestellte Theorie in irgend einem Punkte zu verlassen.

Ich möchte jedoch noch einmal darauf hinweisen, daß ich die Simonsche Methode der dynamischen Charakteristiken zur Untersuchung der elektrolytischen Ventilwirkung für sehr geeignet halte, und glaube, daß sie interessante Aufschlüsse ergeben wird, wenn man mit einer Zellenform arbeitet, bei der die Temperatur des Elektrolyten und des Aluminiums gut definiert ist und sich unter Verzicht auf symmetrische Spannungen mit Belastungen begnügt, bei denen die wirksame Schicht noch nicht beschädigt wird.

(Eingegangen 23. Januar 1910.)

9. *Bemerkungen zu der Arbeit
über physikalische Eigenschaften von
Lösungen. I.¹⁾;
von Adolf Heydweiller.*

Zu meinem Bedauern war mir entgangen und ist daher in der vorstehenden Arbeit nicht erwähnt, daß die darin begründete Beziehung zwischen Dichte und elektrischem Leitvermögen wässriger Salzlösungen bereits im Jahre 1907 von Hrn. W. F. Magie in etwas anderer Form mitgeteilt worden ist.²⁾ Zu meiner Entschuldigung muß ich anführen, daß der Titel von Hrn. Magies Abhandlung: „Specific heat of solutions“ den hier in Frage kommenden Inhalt nicht ahnen läßt.

Hr. Magie stellt darin die Gleichung auf:

$$V = UN + D + Ei,$$

worin bedeuten: V das Volumen einer Lösung, die 1 g-Äq. des Gelösten enthält, N die Zahl der in V enthaltenen Wassermoleküle, U das Molekularvolumen des Wassers, i den Dissoziationsgrad und D und E Konstanten.

Für eine Lösung, die m g-Äq. im Liter enthält, ist also $V = \frac{1000}{m}$ ccm, und wenn s das spezifische Gewicht der Lösung, s_0 das des Wassers, M das Äquivalentgewicht des Gelösten,

$$UN = \frac{1000}{m} \cdot \frac{s}{s_0} - \frac{M}{s_0},$$

folglich

$$\frac{1000}{m} \left(\frac{s}{s_0} - 1 \right) = \frac{M}{s_0} - D - Ei,$$

das wird aber identisch mit der von mir (p. 885) gegebenen Beziehung

$$(1b) \quad A_s = B_s + (A_s - B_s)i,$$

wenn gesetzt wird

$$\frac{M}{10 s_0} - \frac{D}{10} = B_s$$

und

$$-\frac{E}{10} = A_s - B_s.$$

1) A. Heydweiller, Ann. d. Phys. 30. p. 878. 1909.

2) W. F. Magie, Phys. Rev. 25. p. 171. 1907.

Hr. Magie bringt auch als Beleg ein allerdings wesentlich beschränkteres Beobachtungsmaterial und kommt, wie ich, zu dem Schluß, daß diese Beziehung zugunsten der Hydrattheorie der gelösten Körper und zwar einer Hydratisierung sowohl der Moleküle, wie der Ionen spricht. —

In einer soeben erschienenen Mitteilung macht Hr. Tereschin¹⁾ auf einen einfachen Zusammenhang zwischen den Ionenmodulen der Dichteänderung (p. 895) für die Elementarionen und ihren Atomgewichten aufmerksam, der mir auch schon aufgefallen war. Hrn. Tereschins Darstellung bedarf aber insofern einer Berichtigung, als dieser Beziehung nicht die Atomgewichte, sondern die Äquivalentgewichte zugrunde zu legen sind, weil auch die Ionenmodulen auf Äquivalente bezogen sind. Danach scheint es mir auch, daß die Scheidung der Kationen in zwei Gruppen nicht den Mendelejeffschen Gruppen, sondern einfach der Wertigkeit entspricht, da bei der richtigen Darstellung Kupfer sich den übrigen zweiwertigen Ionen einordnet; und ich glaube, daß man hieraus ein Argument für die Hypothese der Elektrostriktion des Lösungsmittels durch die Ionen ableiten kann, wie ich später zu begründen gedenke.

Erwähnen will ich noch, daß der in Hrn. Tereschins Darstellung (Fig. 2, p. 52 l. c.) so stark herausfallende Ionenmodul für Zink wahrscheinlich zu groß ist. Er ist aus Beobachtungen Longs an $ZnCl_3$ abgeleitet.

Die Beobachtungen Longs sind aber, wie auch bezüglich des $Sr(NO_3)_2$, Hr. Magie, der sie fälschlich Kohlrausch beschreibt (p. 175 l. c.), bemerkt hat, erheblich fehlerhaft, namentlich in den Dichtebestimmungen.

Ich werde bei der Mitteilung weiteren in Arbeit befindlichen Beobachtungsmaterials nochmals auf diese Punkte zurückkommen.

Rostock, Februar 1910.

1) S. Tereschin, Verh. d. Deutsch. Physik. Ges. 12. p. 50. 1910.

(Eingegangen 16. Februar 1910.)

h
u
ie
er
e-
en
r-
ch
rf
ie
zu
e-
ng
en
ei
en
u-
els
en
ns
n-
b-
ch
u-
nt-
d-
ck-
10.

Fig. 1.

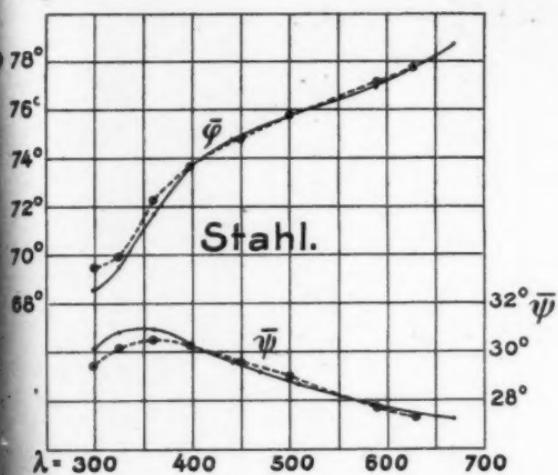


Fig. 2.

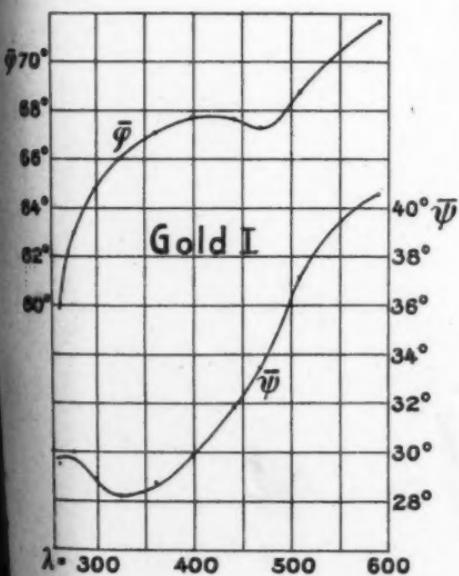


Fig. 3.

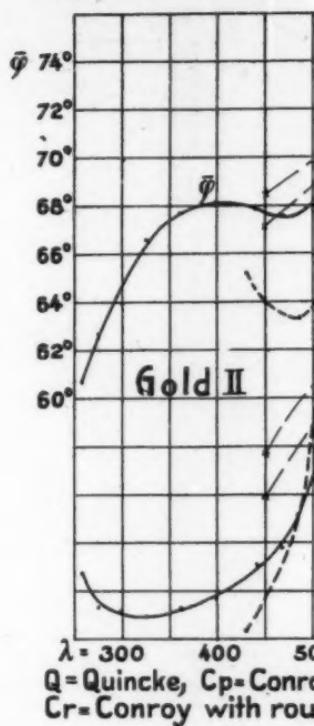
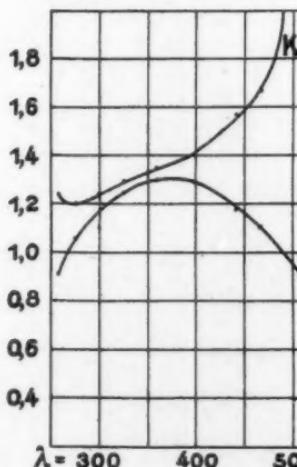
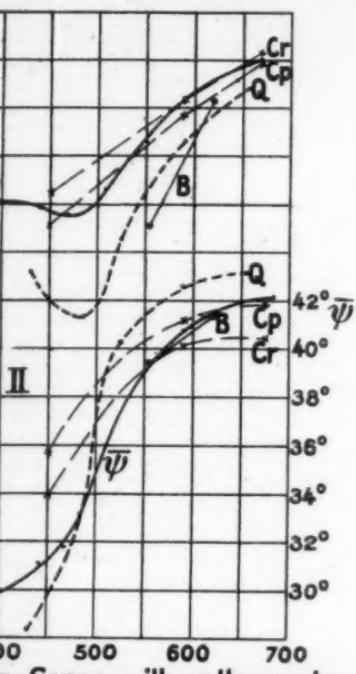


Fig. 4.

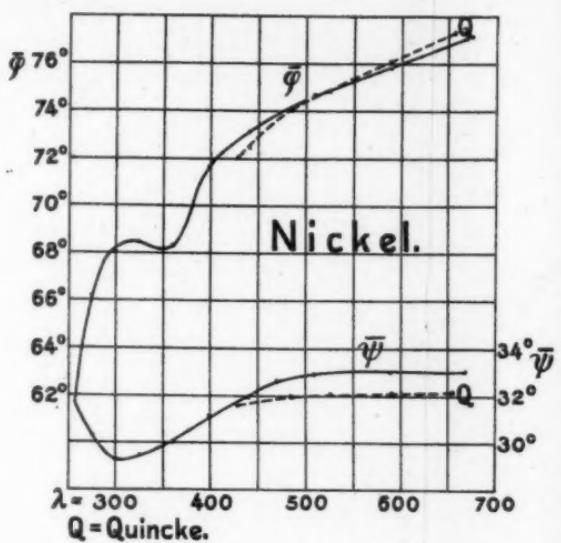




Gold II



Fig. 5.



Nickel.

$\lambda = 300 \text{ to } 700$

Q = Quincke.

Fig. 6.

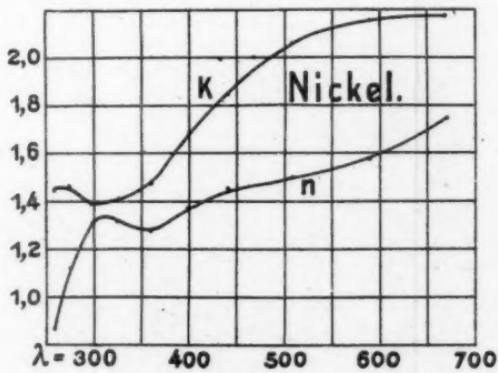


Fig. 7.

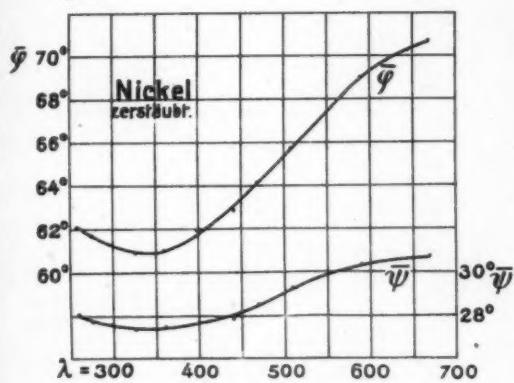


Fig. 9.

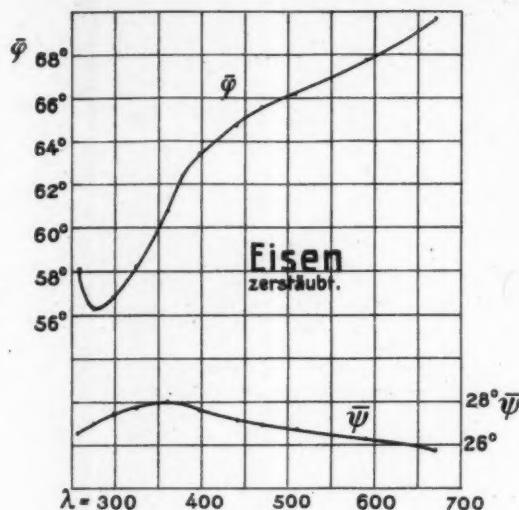


Fig. 11.

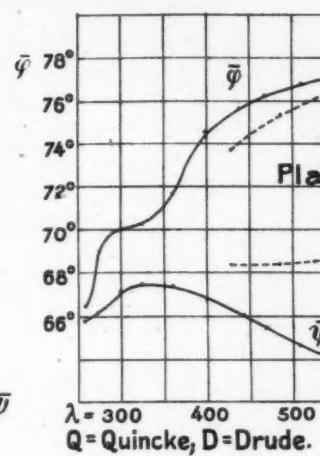


Fig. 8.

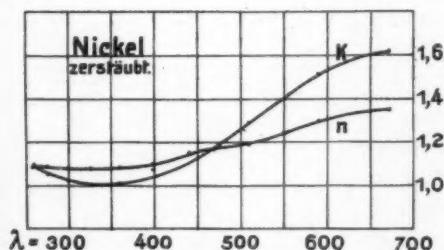
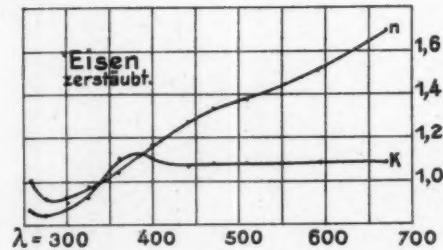


Fig. 10.



W. Meier.

Fig. 12.

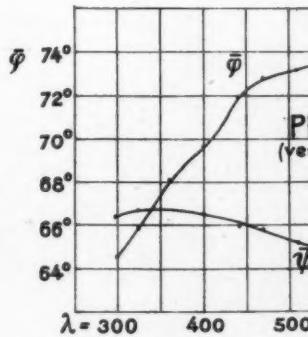


Fig. 13.

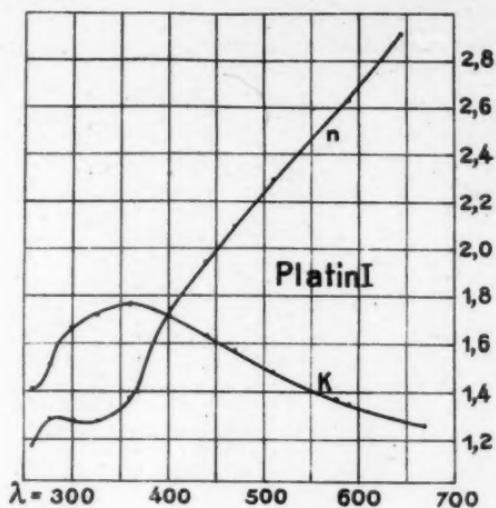
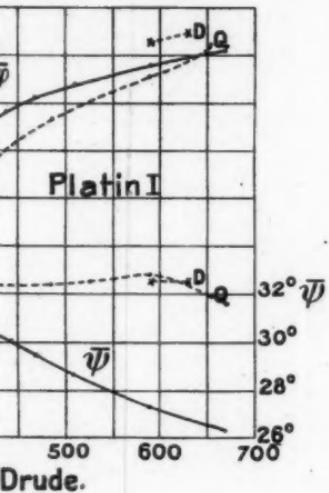


Fig. 14.

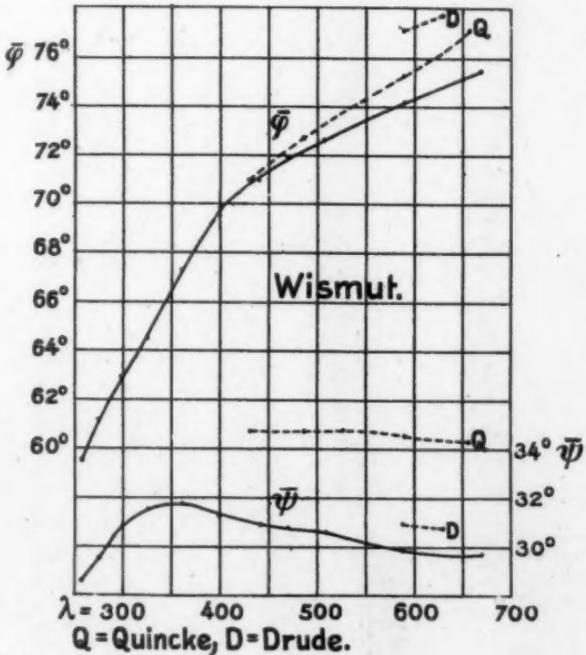
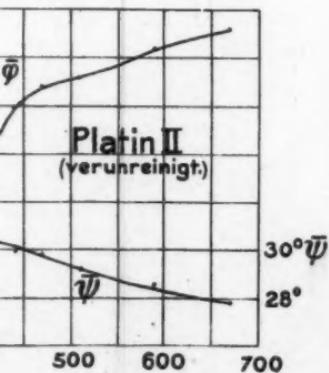


Fig. 15.

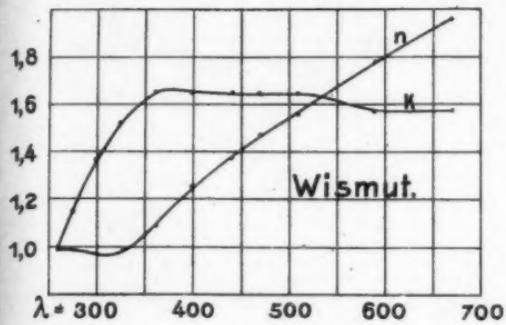
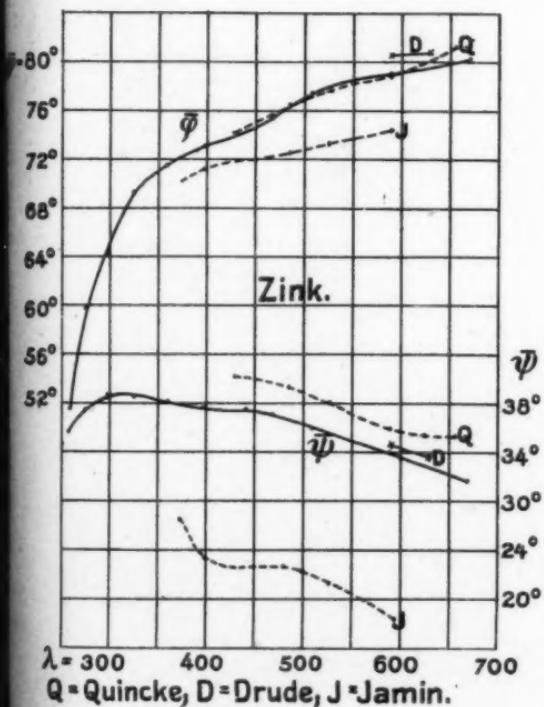


Fig. 16.



Q = Quincke, D = Drude, J = Jamin.

Fig. 17.

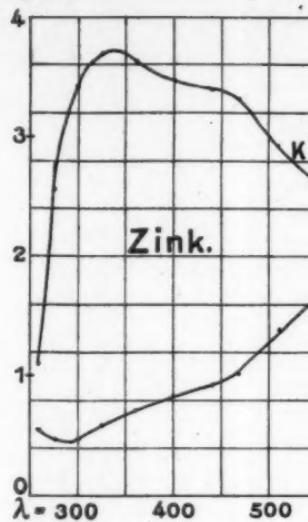
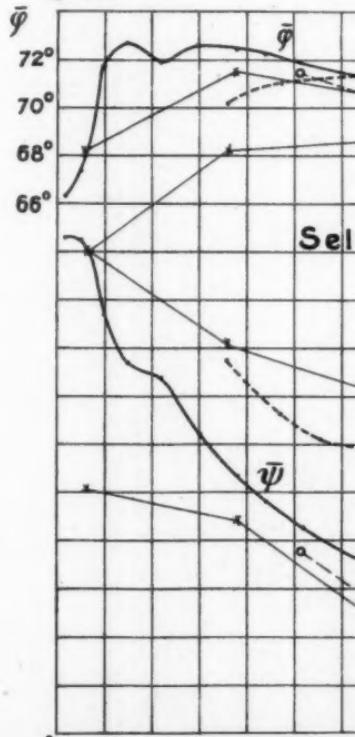


Fig. 18.



$\lambda = 300 \quad 400 \quad 500$
 Ca = Cornu alt, Cf = Corr.
 G = Glan, Q = Quincke.

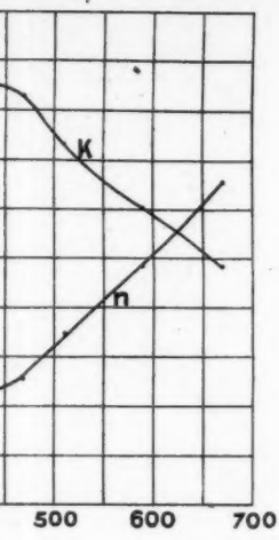


Fig. 19.

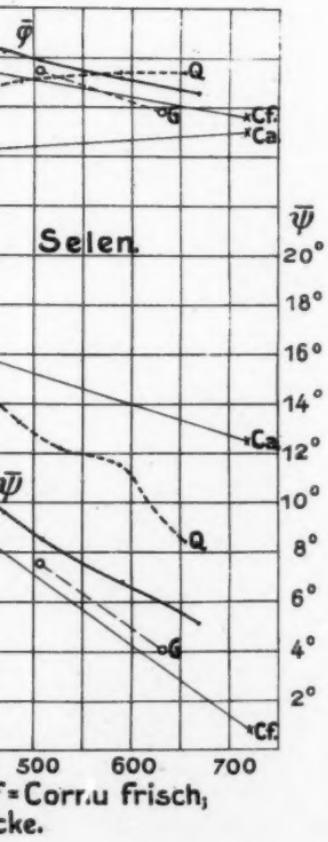
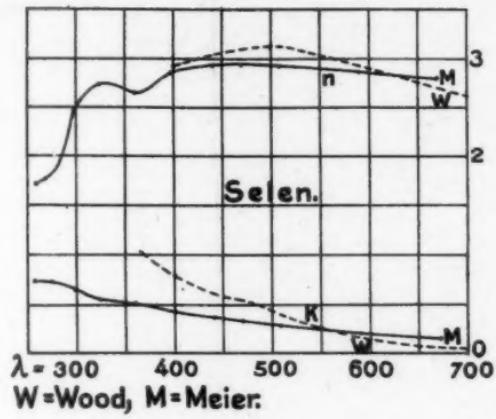
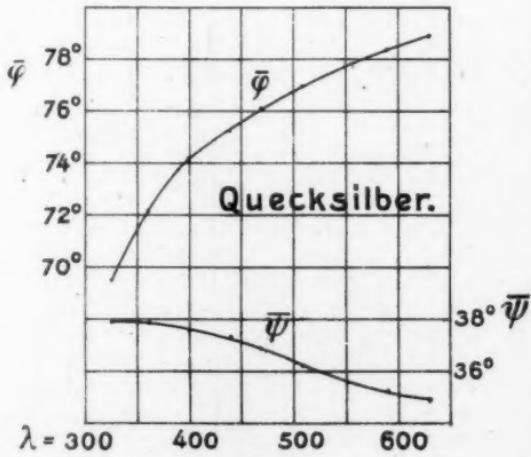


Fig. 20.



W. Meier.

Fig. 21.

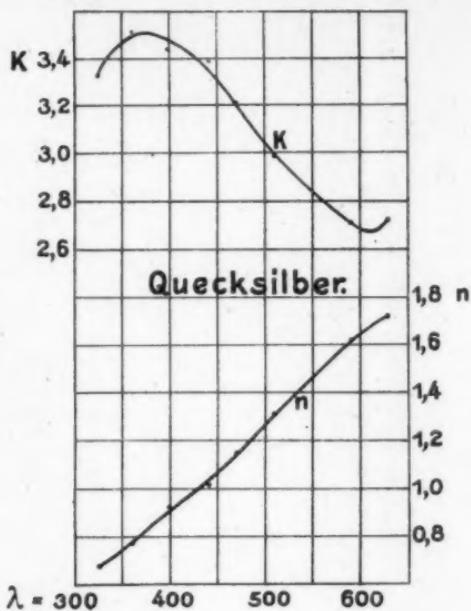


Fig. 23.

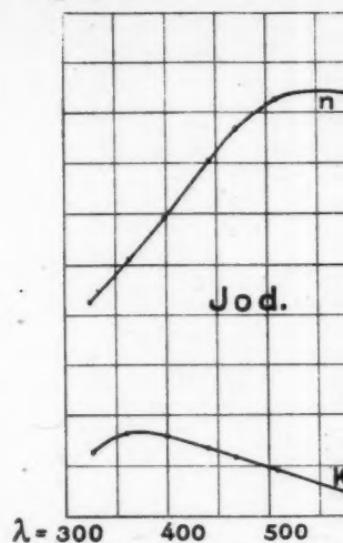


Fig. 22.

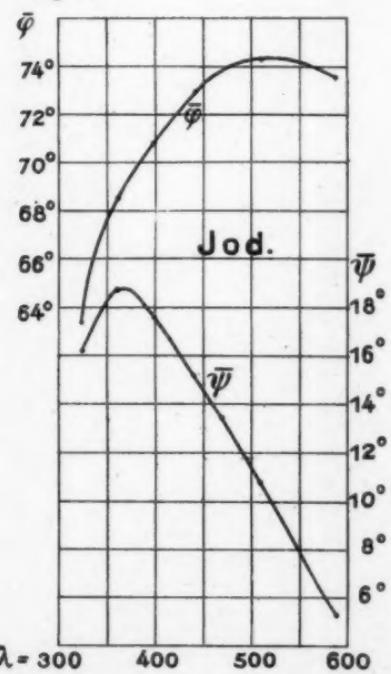


Fig. 24.

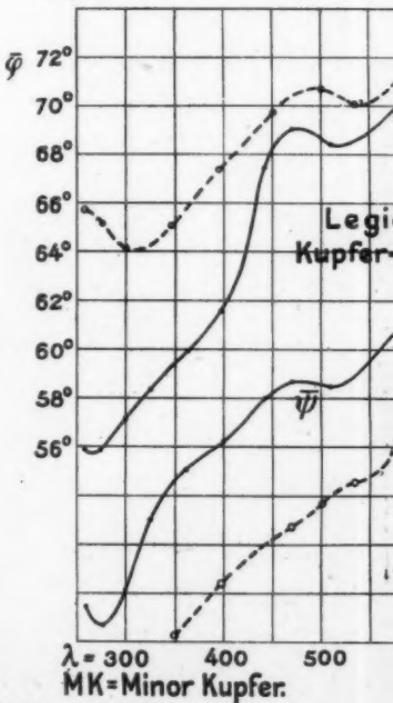


Fig. 25.

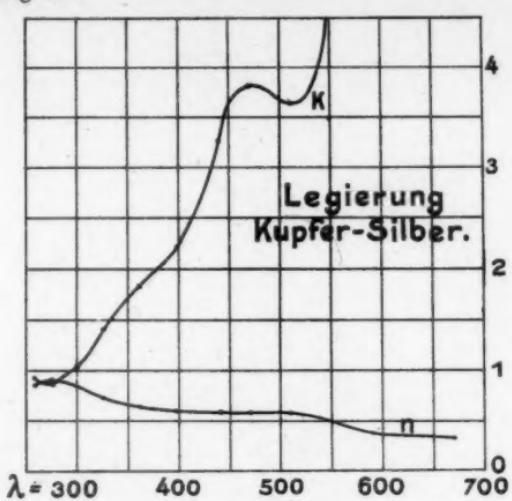
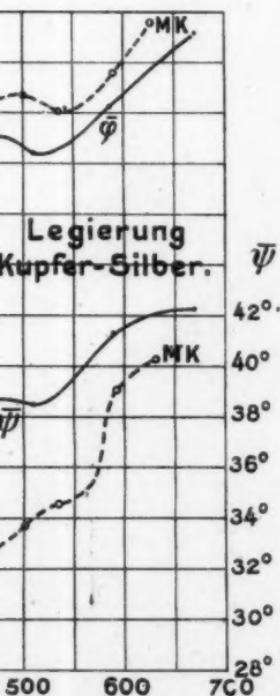
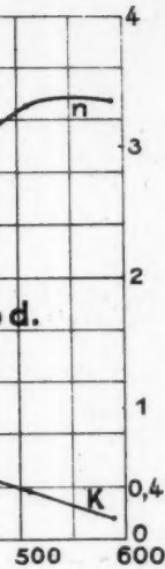


Fig. 26.

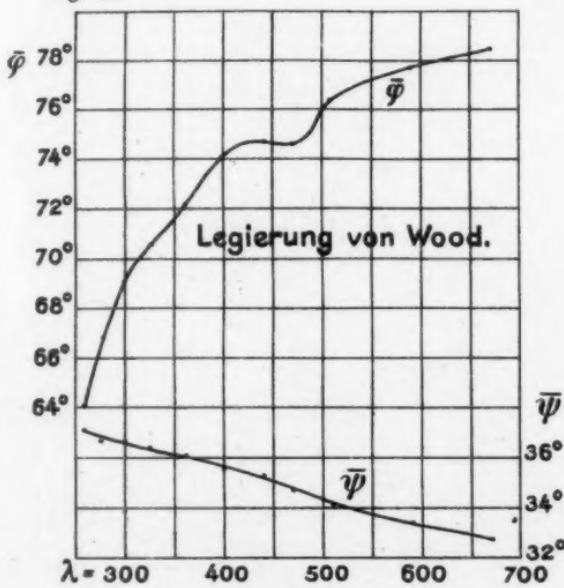


Fig. 27.

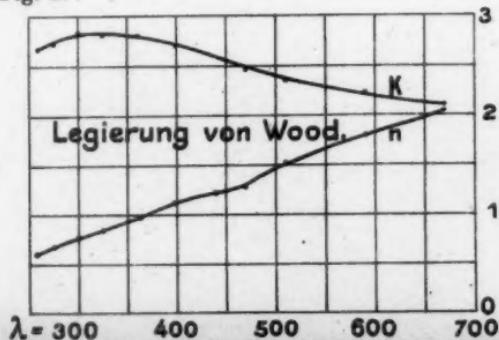


Fig. 28

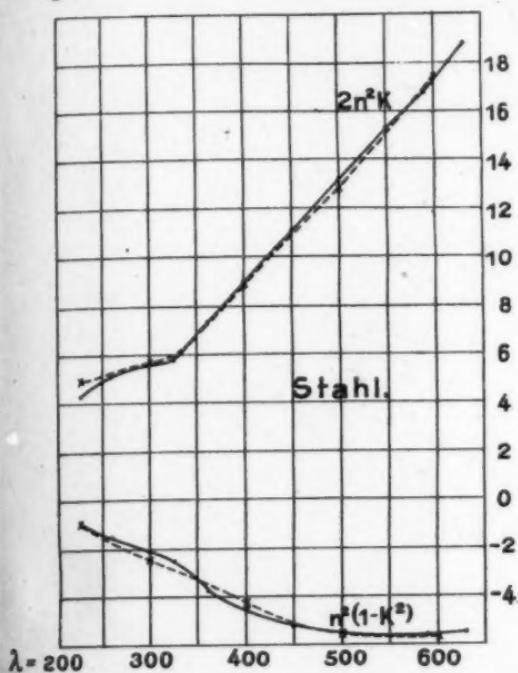


Fig. 30.

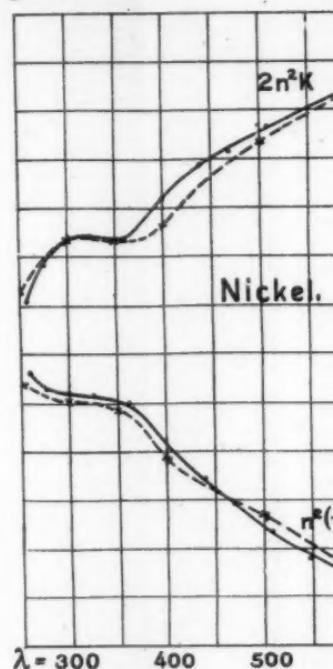


Fig. 29.

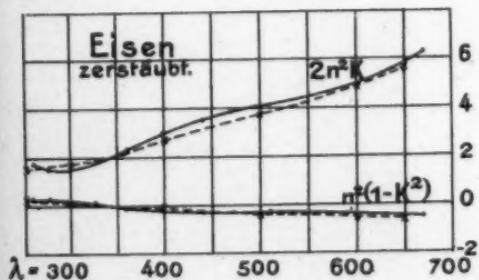


Fig. 31.

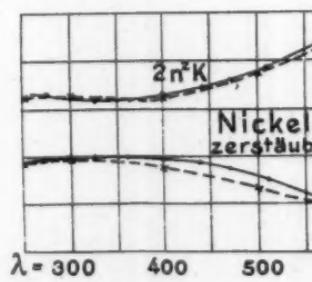
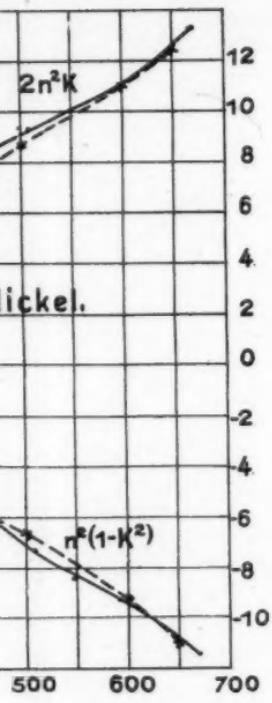


Fig. 82.



Nickel.

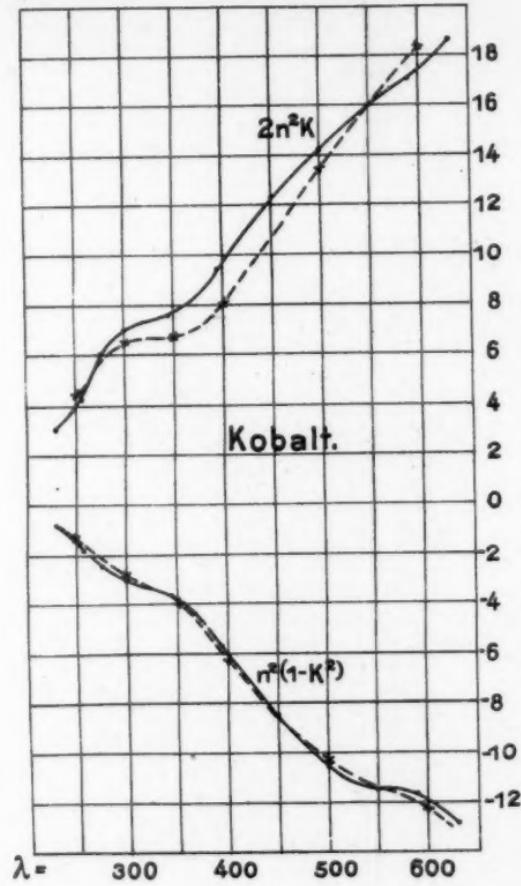
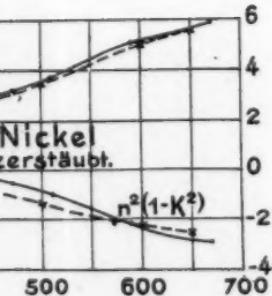
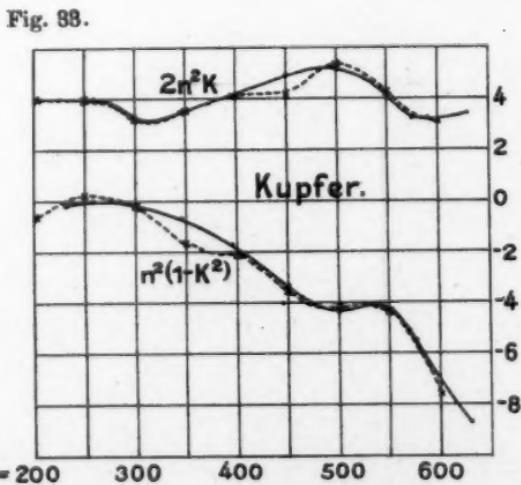


Fig. 84.



Nickel
zerstäubt.



$\lambda = 300$

Fig. 84.

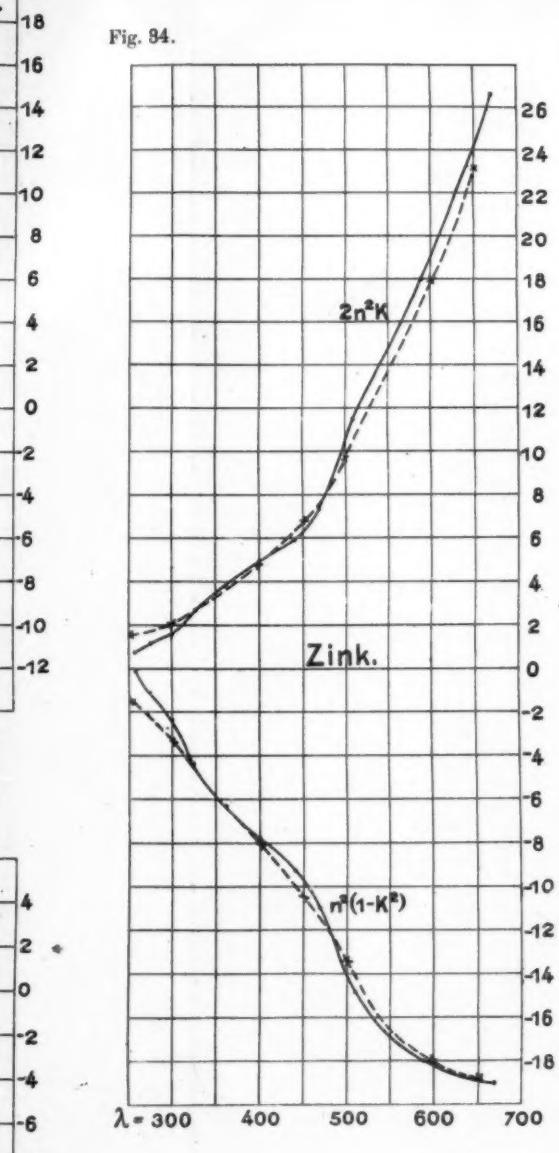


Fig. 85.

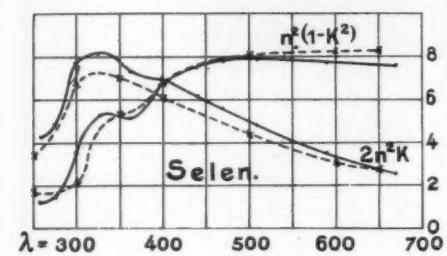


Fig. 86.

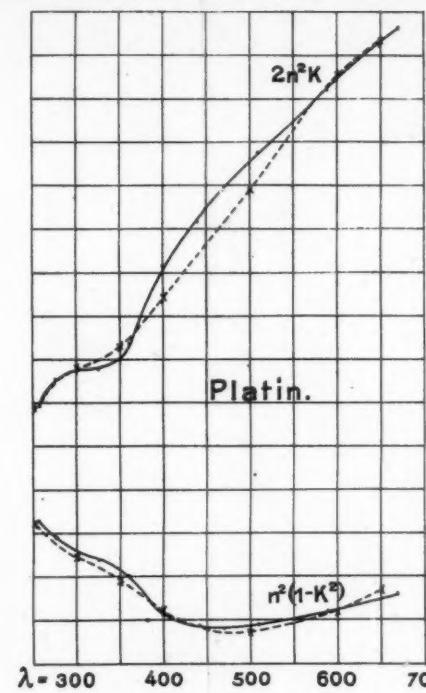


Fig. 86.

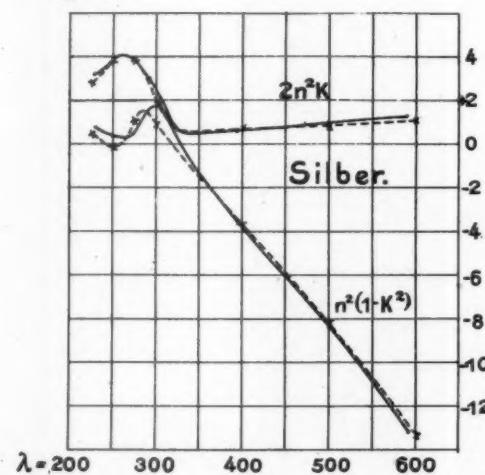


Fig. 86.

Fig. 87.

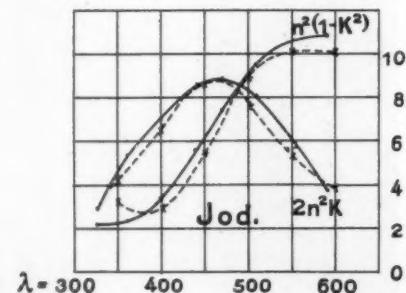


Fig. 87.

Fig. 40.

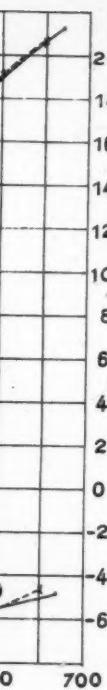
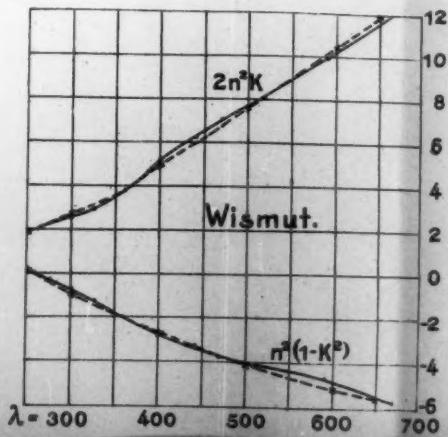


Fig. 41.



Tafel VI.

Fig. 42.

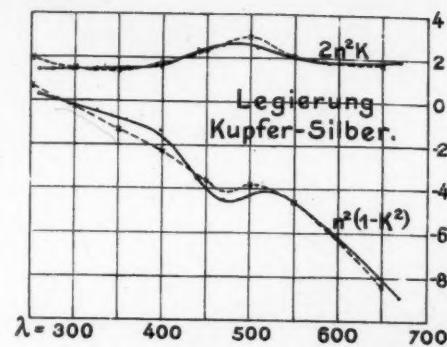
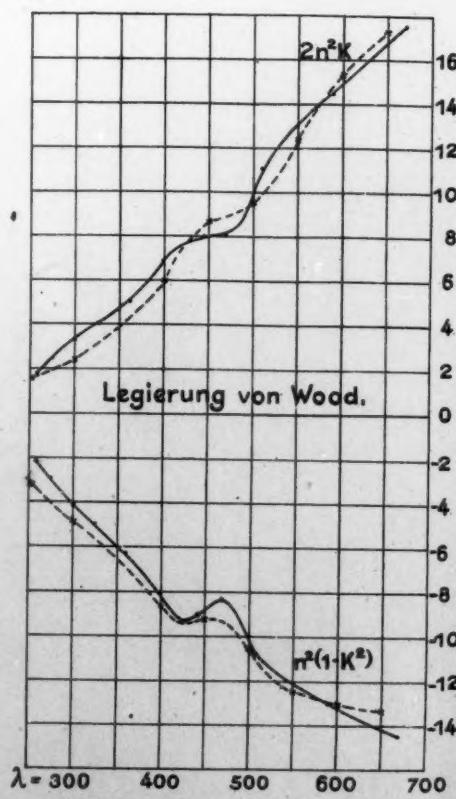
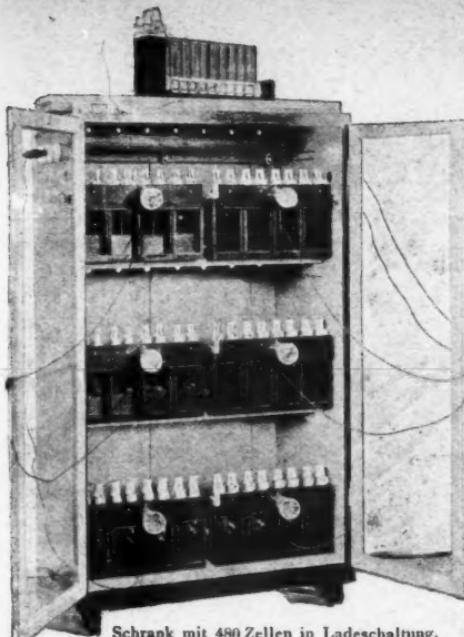


Fig. 48.







Schrank mit 480 Zellen in Ladeschaltung.

Hochspannungs-Akkumulatoren

nach Prof. Zehnder
(Ann. d. Phys. 49, p. 549. 1893; 60, p. 47.
1897).

Beste Isolation jeder einzelnen Zelle von Erde.

Leichte Auswechselbarkeit der Platten.
Übersichtliche Anordnung.

Billige Anschaffungskosten.

Geringer Raumbedarf.

**Illustrierte Preisliste
zu Diensten.**

FR. KLINGELFUSS & Co., Basel.

===== Selenzellen =====

mit bisher unerreichter geringer Trägheit und größter Lichtempfindlichkeit sowie Dauerhaftigkeit und Belastungsfähigkeit (bis 110 Volt ohne Vorschaltwiderstand) liefert in anerkannt bester Ausführung

Paul Jenisch, Berlin O., Krautstr. 4/5.

Verlag von Johann Ambrosius Barth in Leipzig.

Lehrbuch der Physik.

Einschließlich der Physik des Himmels (Himmelskunde), der Luft (Meteorologie) und der Erde (Physikalische Geographie).

Gemäß den neueren Auschauungen und mit den neuesten Fortschritten.

Von Prof. Dr. Paul Reis.

Neunte, mit der achten übereinstimmende Auflage. 1910.

VIII u. 912 S. Mit 442 in den Text gedruckten Holzschnitten und 849 Aufgaben nebst Lösungen. brosch. M. 10.—, geb. M. 12.—.

Arthur Pfeiffer, Wetzlar O.

Werkstätten für Präzisionsmechanik und Optik, gegr. 1890.

Größte Spezial-Fabrik für Luftpumpen zu wissenschaftlichen Zwecken.

Alleinvertrieb und Alleinberechtigung zur Fabrikation

nach 15jährigen Erfahrungen
verbesserten

der

Geryk-Öl-Luftpumpen

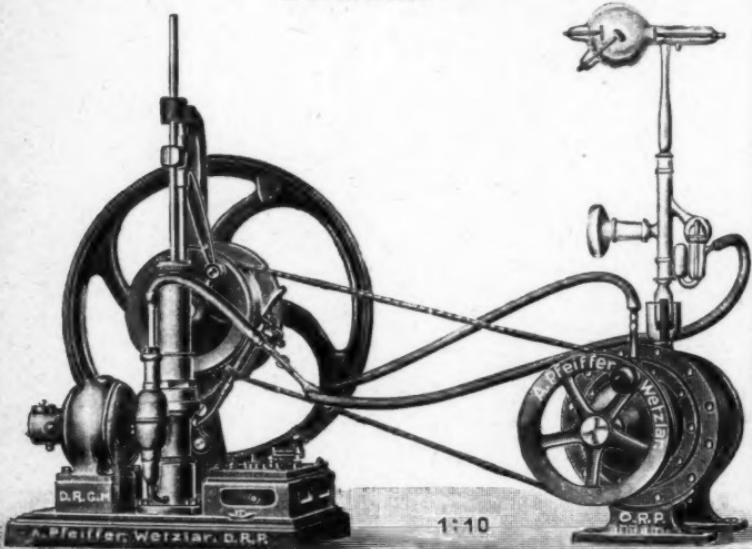
Deutsches Reichs-Patent

sowie der

Quecksilberhochvakuumpumpe System Pfeiffer

Deutsches Reichs-Patent angemeldet

in Deutschland!



Rotierende Quecksilber-Luftpumpe, System Pfeiffer, kombiniert mit Geryk-Öl-Luftpumpe.

Alle Arten Luftpumpen: Geryk-Öl-Luftpumpen D.R.P.

Rotierende Öl-Luftpumpen mit großer Saugleistung,

Trockene rotierende Luftpumpen,

Trockene Schieber-Luftpumpen,

Rotierende Quecksilber-Luftpumpen,

System Pfeiffer, D.R.P. angemeldet

Quecksilber-Luftpumpen Sprengelscher u. Geißlerscher Art,

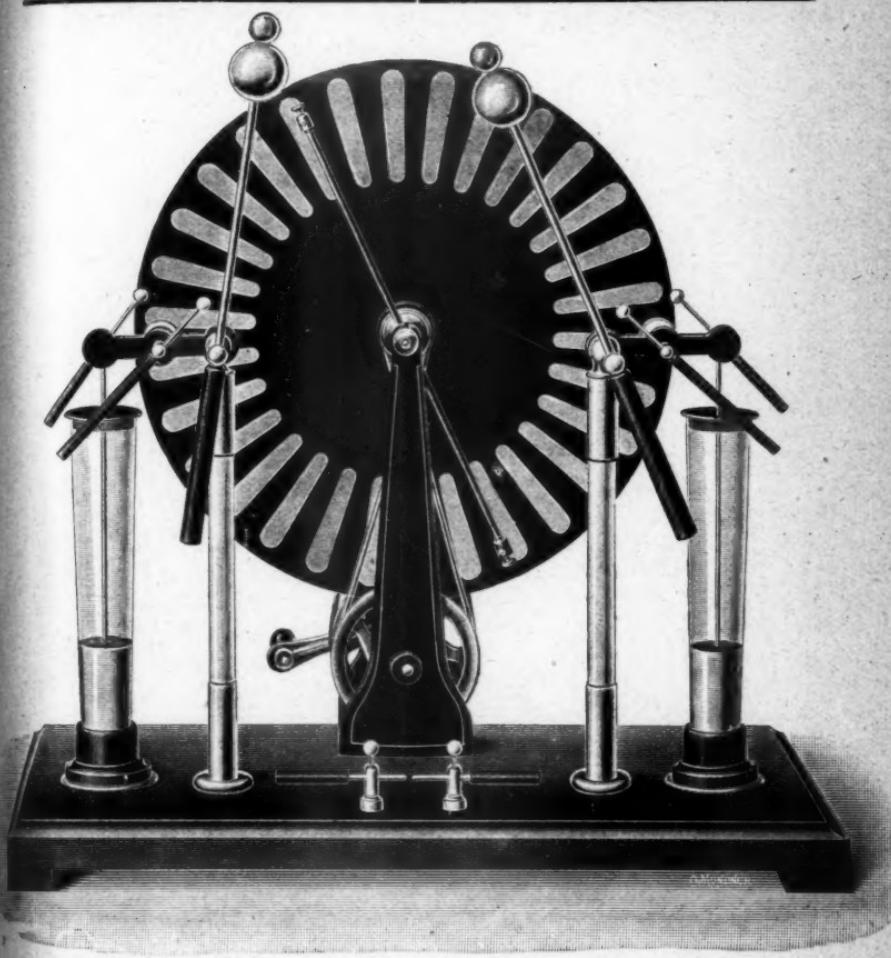
Quecksilber-Spiral-Luftpumpen usw.

Kompressions-Luftpumpen.

Alle physikalischen Apparate zu Demonstrationen und wissenschaftl. Untersuchungen;
Neukonstruktionen nach Angabe. Viele gesetzlich geschützte Originalkonstruktionen.

Prospekte und Listen auf Verlangen.

Alfred Wehrsen :: Berlin 33



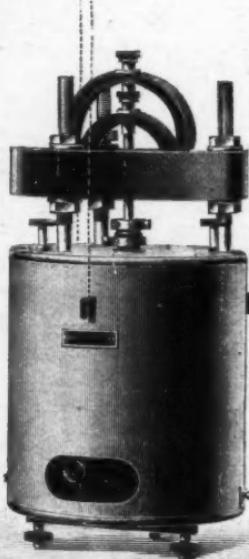
Influenz-Maschinen
Starkstrom-Maschinen
nach Wehrsen

Listen gratis

SIEMENS & HALSKE A.-G.

WERNERWERK

BERLIN-NONNENDAMM.



Du Bois-Ruben'sches Panzergalvanometer
mit dreifachem Panzer und Einrichtung nach
Hagen zur erschütterungsfreien Aufhängung
(Juliusche Methode).

Hochempfindliche Spiegelgalvanometer mit beweglichen Magnetsystemen, niedrigem oder hohem Eigenwiderstand und magnetischer Schutzpanzerung.

Hochempfindliche Spiegelgalvanometer mit Drehspulen mit größter Volt- und Stromempfindlichkeit, auch mit Einrichtung für große Schwingungsdauer und Benutzung des aperiodischen Grenzzustandes für ballistische Messungen. Nebenschlüsse dazu für offene und geschlossene Stromkreise.

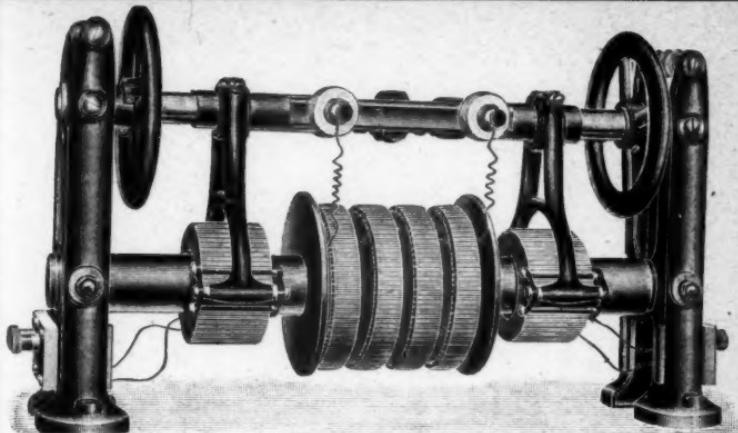
Apparate für die Bestimmung
der Induktionskonstanten
und des Energieverlustes an
Wechselstromapparaten.

Instrumente und Maschinen

zur Erzeugung von Hochfrequenzströmen für Meßzwecke.
Normale für Selbstinduktion und gegenseitige Induktion.

Ampermeter, Voltmeter und Wattmeter für jede Stromart,
Stromstärke und Spannung.

Apparate für Eisenuntersuchungen.



Resonanztransformator. Type 18 Watt pro Funken. D.R.P.

Wechselstrom-
Gleichstrom-
Maschinen

Apparate
für schnelle
Schwingungen

Glimmlicht-
Oscillographen
und
-Oscilloscope

Thermodetektoren
Funkeninduktoren
alter Bauart

Apparate und
Maschinen
für ballistische
und Spreng-
stoff-Unter-
suchungen

Metallspiegel

Glimmlichtröhren



Drehkondensator

Verlag von Johann Ambrosius Barth in Leipzig.

Elemente der theoretischen Physik.

Von

Dr. C. Christiansen,

Prof. der Physik a. d. Universität Kopenhagen.

Deutsch herausgegeben von Dr. Johannes Müller.

Mit einem Vorwort von Prof. Dr. E. Wiedemann.

Dritte, wesentlich vermehrte und verbesserte Auflage.

8°. X u. 690 Seiten. Mit 164 Abbildungen im Text. 1910.
broch. ₩ 18,50, geb. ₩ 15.—.

Ehrhardt & Metzger Nachf. (Inhaber:
K. Friedrichs.)

— Darmstadt. —

Fabrik und Lager chemischer, elektrochemischer und physikalischer
Apparate und Gerätschaften.

Komplette Einrichtungen chemischer und physikalischer
Laboratorien. Mikroskopische Utensilien. Sterilisierungsapparate.
Brutschränke. Resistenzglas. Weber'sches Glas. Jenaer und
Böhmisches Glaswaren.

Spezialapparate für Elektrochemie und Physik.

Mechanische Werkstätten. Tischlerei.

Chemikalien erster Firmen zu Originalpreisen.

Vielfache Auszeichnungen. — Export nach allen Weltteilen.

Keiser & Schmidt, Berlin-Charlottenburg 2,

Charlottenburgerufer 53/54.



Neues hochempfindliches Spiegelgalvanometer,
Präzisionswiderstände, Meßbrücken, Kompen-
sationsapparate, Präzisions-Ampère- und Volt-
meter für Laboratorien und Schalttafeln,
Galvanometer, Funkeninduktoren, Kondensa-
toren, Rubenssche Thermosäulen, Pyrometer bis
1600° C., Elemente, Kohlensäurebestimmungs-
apparate.

R. Burger & Co., Berlin N. 4.

Chausseestrasse 8.



Telephon: Amt III 171.

Telegarmm-Adr.:
Vakuumglas Berlin.

Goldene Medaille
1904 St. Louis
Ehren-Diplom
1906 Mailand

=====
Spezialfabrik
=====
für physikalische Glasapparate und Instrumente.

Transportbehälter für flüssige Luft.

Preisliste gratis und franko.

Hartmann & Braun, A.-G., Frankfurt a. M.

Elektrische und magnetische MeBinstrumente und Hilfsapparate.

Königl. Preussische Goldene Staatsmedaille.



Halbring-Elektromagnet nach H. du Bois, mit Waltenhofen'schem Pendel.

Kataloge auf Verlangen zur Verfügung.

Gülcher's Thermosäulen mit Gasheizung.

Vorteilhafter Ersatz für galvanische Elemente.

Konstante
elektromotorische
Kraft.

Geringer Gasverbrauch.

Hoher Nutzeffekt.



Keine Dämpfe
kein Geruch.

Keine Polarisation, da-
her keine Erschöpfung.

Betriebsstörungen
ausgeschlossen.

Alleinige Fabrikanten:

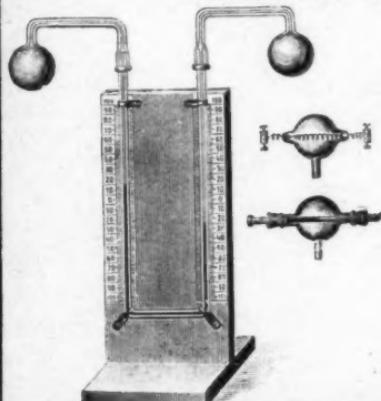
Julius Pintsch, Aktiengesellschaft, Berlin 0., Andreasstr. 71/73.

Emil Gundelach, Gehlberg i.Thür. I.

***** Gegründet 1852 *****

Glasinstrumente für wissenschaftliche Zwecke.

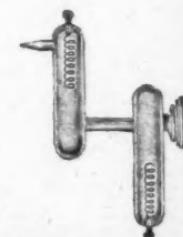
Spezialität: Vakuumröhren aller Art.
Röntgenröhren.



Weltausstellung
St. Louis 1904:
Grand Prize.



Schutzmarke



Ateliers E. DUCRETET (E. DUCRETET & E. ROGER) Succ^{rs}.
PARIS — 75 rue Claude-Bernard 75 — PARIS

GRANDS PRIX { PARIS 1889 — Anvers 1894 — Bruxelles 1897 — PARIS 1900
{ St. Louis 1904 — Liège 1905 — Milan 1906, Membre du Jury

CABINETS DE PHYSIQUE COMPLETS (Catalogues illustrés)

TÉLÉGRAPHIE SANS FIL: Les procédés de T. S. F. DUCRETET avec dispositifs d'accord, sont maintenant utilisés pour les grandes distances aussi bien en France qu'à l'Etranger. (Tarifs spéciaux à la demande.)

TÉLÉPHONES HAUT-PARLEURS (Brevets Ducretet)
MICROPHONE PUSSANT GAILLARD-DUCRETET
TÉLÉMICROPHONOGRAPE DUCRETET

Transformateur électrolytique de Faria, redresseur des courants alternatifs.



Grand Prix: Paris 1900
St. Louis 1904
Illustrierte Preislisten gratis.

Präcisions-Reisszeuge

Astronomische Uhren,
Compensationspendel.

Clemens Riefler

Fabrik mathemat. Instrumente
Nesselwang u. München.
Gegründet 1841.

Leipziger Glasinstrumentenfabrik

Robert Goetze Leipzig

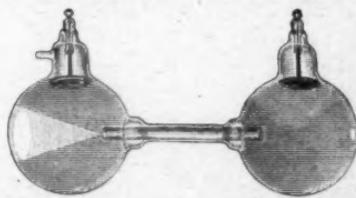
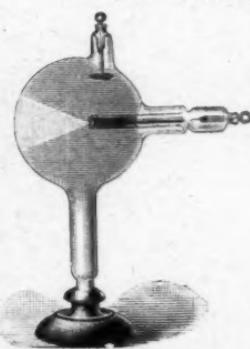
Telefon Nr. 8696 HärTELstraße 4. Telefon Nr. 8696

Eigene Filiale in Halle a. S., Bergstr. 6.

Werkstätte für physico-chemische Apparate
nach Beckmann und Ostwald-Luther.

Glastechnische und mechanische Apparate.
Normalthermometer etc.

Neu! Anodenstrahlröhren Neu!
nach Gehrcke u. Reichenheim
mit Salzanoden und Struktionskathoden.



Man verlange Liste F.2.

Dr. H. Geissler Nachf. Franz Müller, Bonn

Fabrik und Lager chem. Apparate und Utensilien.

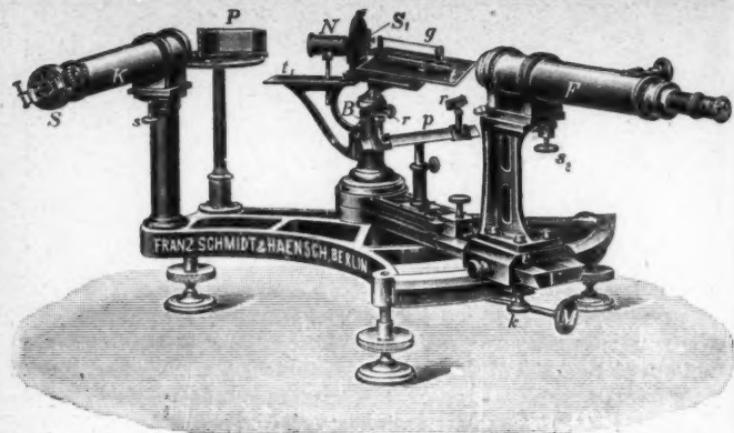
Spezialitäten:

Elektrische Röhren (Röntgen-, Braunsche-, Tesla-, Spektral-Röhren).
Quecksilberluftpumpen, einfache und automatisch wirkende, nach
Boltwood, Geissler, Gaede, Jaumann, Kaufmann, Schou, Sprengel,
Schuller, Töpler-Hagen u. a.

Gas-Untersuchungs-Apparate nach Bunsen, Bunte, Fischer,
Hempel, Lunge, Orsat, Pettersson u. a.

Normal-Thermometer, Århometer, Maßanalytische Geräte.

Kataloge auf Verlangen.



Interferenzspektroskop nach Lummer-Gehrcke, geliefert an die Physikalisch-techn. Reichsanstalt.

Neue optische Spezialinstrumente

empfohlen

Franz Schmidt & Haensch, Berlin S. 42,
Prinzessinnenstraße 16.

Preislisten kostenlos.

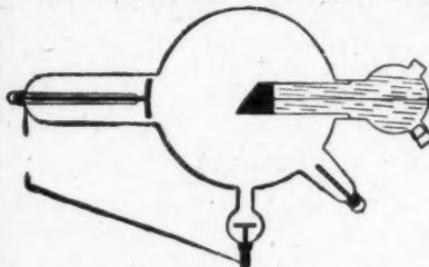
C. H. F. MÜLLER, Hamburg

Bremerreihe 24.

Telegr.-Adr.: Florensius Hamburg.

Fernsprecher Amt III, 687.

Spezial-Fabrik für Röntgenröhren



Neukonstruktion:

Wasser- kühlrohre

No. 14 L

nach Prof. Dr. Walter.

D.R.-P. 113 430, 176 003,

161 514

U. S. P. u. Engl. Pat.

In allen Stellungen verwendbar! Geeignet für Durchleuchtungen
von unten für operative und diagnostische Zwecke.

(Albers-Schönberg: Die Röntgentechnik. II. Auflage.)

Illustrierte Preisliste, enthaltend verschiedene Neuerungen, bitte einzufordern!

Otto Wolff, Werkstatt für elektrische Messinstrumente.

Berlin W., Carlsbad 15.



Präzisions-Widerstände a. Manganin

nach der Methode
der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt.

(Vergl. Zeitschrift für Instrumentenkunde,
Juli 1890, Januar 1890, Nov.-December 1890.)

Normalwiderstände von 100000—0,00001 Ohm
für genaue Widerstandsvergleichungen und
für Strommessungen b. 10000 Amp. Rheostaten,
Wheatstonesche Brücken, Thomsensche Doppel-
brücken für alle Meßbereiche mit Stöpsel- od.
Kurbelschaltung, in jeder gewünschten Aus-
führung. — Kompenstationsapparate für genaue
Spannungsmessungen. — Kompenstationsapparat
zugleich Wheatstonesche Brücke. — Normalelemente,
beglaubigt von der Physik.-Techn. Reichs-
anstalt. — Sämtliche Widerstände auf Wunsch
als Präzisionswiderstände beglaubigt. — Ver-
kaufslager von Manganin-Draht und Blech
von der Isabellenhütte in Dillenburg.

Illustrierte Preisliste.



FERDINAND ERNECKE.

Hoflieferant Sr. Majestät des Deutschen Kaisers und Königs.

Mechanische Präzisionswerkstätten.

Eigene Maschinentischlerei, Schlosserei, Lackiererei, Façondreherei usw.

Begründet 1859. mit Elektromotorenbetrieb. Begründet 1859.

Ringbahnstr. 4. Berlin-Tempelhof Ringbahnstr. 4.

Älteste Spezialfabrik
zur Herstellung physikalischer Unterrichts-Apparate.

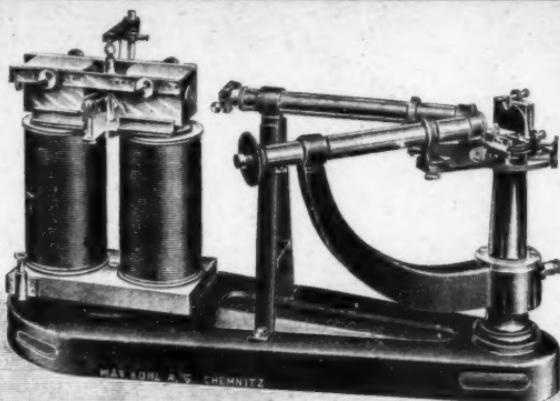
Bau-Abteilung:

Vollständige Einrichtung physikalischer und chemischer Lehr-
säle, Laboratorien, Vorbereitungs- und Sammlungszimmer.

Preisliste Nr. 19 über Einrichtungsgegenstände,
sowie ausführliche Veranschläge auf Wunsch kostenlos.

Abteilung Schalttafelbau: Entwurf und Ausführung von Stark- und
Schwachstromschalttafeln für Stromstärke- und Spannungsregulierung.

Neu!



Neu!

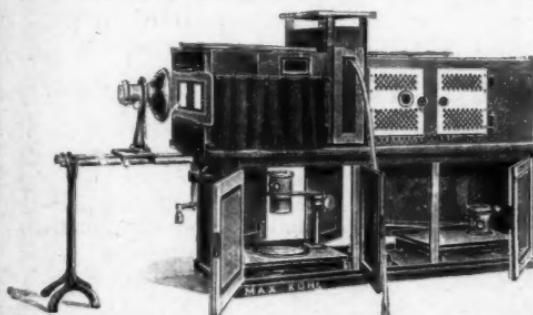
**Apparat zur Darstellung der Zeemanschen Erscheinung
nach Prof. Ad. Weinhold,**

bestehend aus einem Gitter-Spektral-Apparat und einem großen Elektromagneten, in dessen Kraftfeld sich Quecksilber-Spektralröhren bringen lassen. Mit dem Apparat kann man Beobachtungen sowohl senkrecht als auch parallel zu den Kraftlinien vornehmen. Die Quecksilberlinie wird im Kraftfeld in zwei voneinander deutlich getrennte Linien zerlegt.

**Vollständige Einrichtungen
von physikalischen und chemischen Auditorien**

in gediegener, zweckmäßiger Ausführung.

**Experimentiertheorie nach Prof. Dr. Weinhold und Prof. Arendt,
Fensterverdunkelungen, Oberlichtverdunkelungen für Motor- und Hand-
betrieb, Abzugsnischen mit Gas- und Wasserleitungseinbau, Wandtafel-
gestelle, Projektionsrollschild** mit oder ohne Elektromotorbetrieb.



Vollkommenster Apparat der Gegenwart. * Man verlange Spezial-Prospekt

Neu! Neu!

**Kohl's
Megadiaskop**

D.R.G.M.

*Apparat zur Projektion
im auffallenden u. durch-
fallenden Licht, zur Mög-
lichkeit der Projektion
mit mikroskop. Präparate,
Polarisation, Spektro-
Analyse, Interferenz u.
Beugung des Lichts.*

ro-
zen
ht,
nie
gt.

dt.
nd
fel-
eu

0

ctio
cure
The
o/
re
r u
nts
ct.